Hochschule Koblenz
Fachbereich Ingenieurwesen
Fachrichtung Maschinenbau   WS 12/13

Name ______________________

Matr.-Nr. ______________________

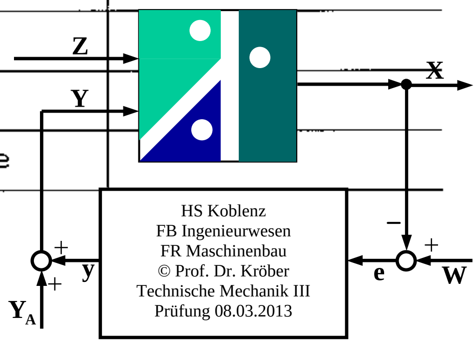
Technische Mechanik III
Prof. Dr. W. Kröber

Zur Bewertung der Aufgaben muss der gesamte Lösungsweg ersichtlich sein.

Bearbeitungszeit : 120 min

Note : ______________________

Aufgabe	erreichte Punkte
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
Summe	



Erlaubte Hilfsmittel:

- Schreib- und Zeichengerät
- Taschenrechner
- Formelsammlung Technische Mechanik III (5 Blätter)
- Formelsammlungsblatt "Massenträgheitsmomente: ..."

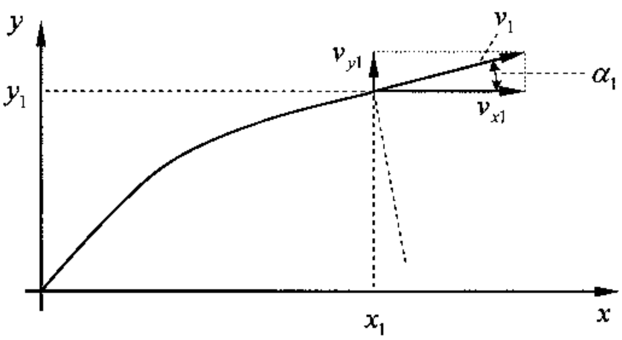
Aufgabe 1 (16P)

Ein Fluggegenstand wird unter einem Winkel von 45 Grad zur Horizontalen abgeworfen. Bedingt durch den Winkel von 45 Grad sind die Anfangsgeschwindigkeiten v_{x0} in x-Richtung und v_{y0} in y-Richtung zunächst gleich groß. Zum Zeitpunkt $t = t_1 = 2$ s befindet sich der Fluggegenstand an der Stelle x_1 und y_1. Die momentanen Geschwindigkeitskomponenten an dieser Stelle seien v_{x1} bzw. v_{y1}. Der Luftwiderstand wird vernachlässigt.

Bestimmen Sie in diesem Punkt die Größen x_1, y_1, v_{x1}, v_{y1}, v_1, α_1, die Normalbeschleunigung a_n sowie den Krümmungsradius an die Bahnkurve!

Geg.:
$v_{x0} = v_{y0} = 30$ m/s; $t_1 = 2$s;
$g = 9{,}81$ m/s^2

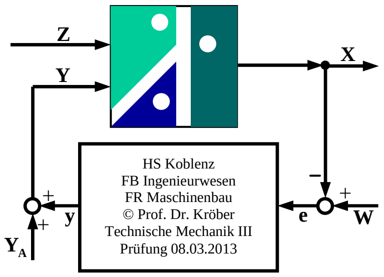
Skizze als Hilfestellung:

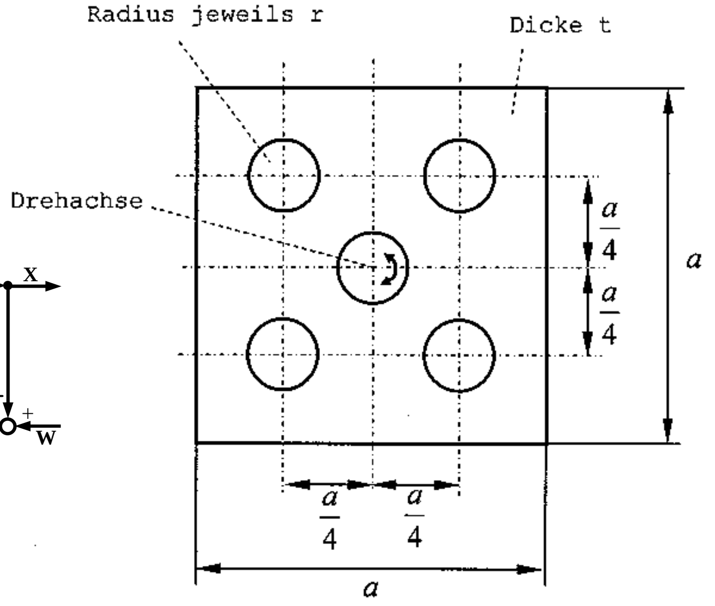


Aufgabe 2 (14P)

Das abgebildete Bauteil besteht aus einer quadratischen Grundplatte mit 5 gleichen Bohrungen. Die Dichte ρ des Bauteiles und die Dicke t sind konstant.
Bestimmen Sie das Massenträgheitsmoment für die angegebene Drehachse (Drehachse senkrecht zur Zeichenebene) in Abhängigkeit der gegebenen Größen!

Geg: a, r, t, ρ!





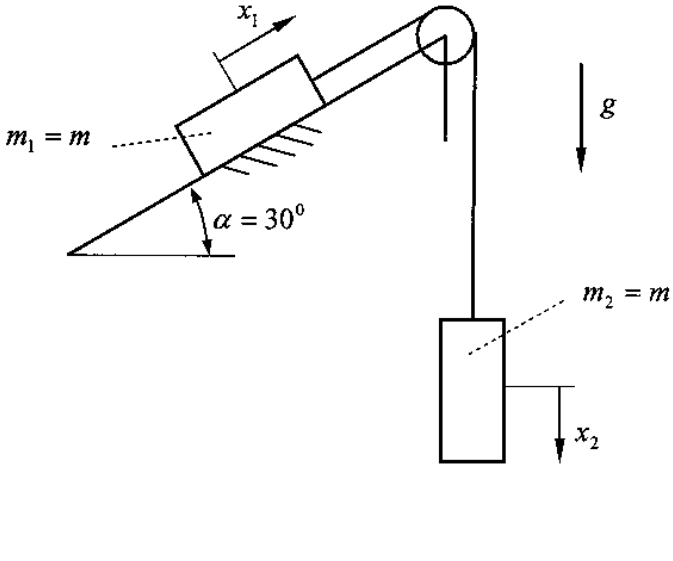
Aufgabe 3 (14P)

Auf einer schiefen Ebene befindet sich eine Masse m_1. Diese ist über ein Seil gekoppelt mit einer frei hängenden Masse m_2. Die beiden Massen können für die Berechnung als gleich angesehen werden.
Also: $m_1 = m_2 = m$. Der Neigungswinkel der schiefen Ebene sei 30 Grad. Reibungseinflüsse sowie die Massenwirkung der Umlenkrolle werden vernachlässigt.

Im Verlauf des Lösungsweges soll $\sin(30^0) = \frac{1}{2}$ verwendet werden.

a. Bestimmen Sie die (Abwärts-)Beschleunigung der frei hängenden Masse!

b. Wie groß ist die sich einstellende Seilkraft?

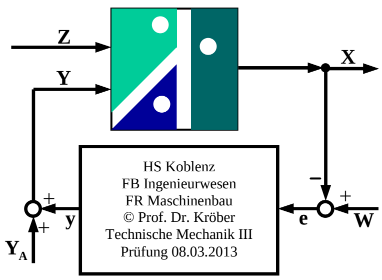


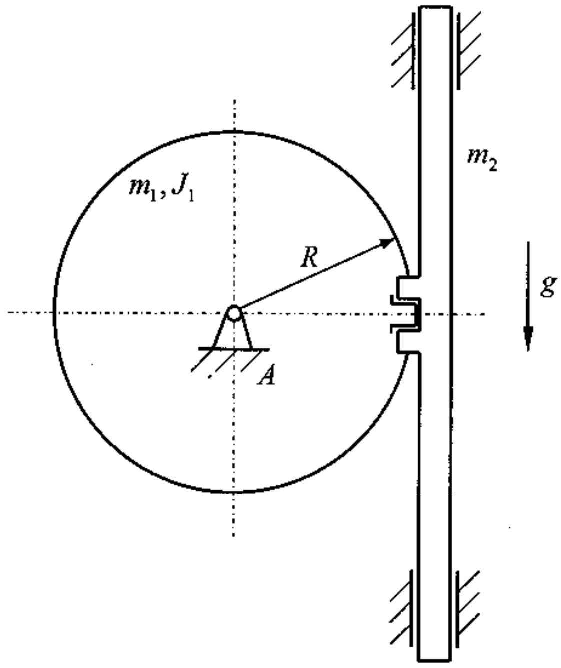
Aufgabe 4 (16P)

Die vertikal angeordnete Zahnstange und das Zahnrad sind mit einer Verzahnung gekoppelt. Durch die Gewichtskraft der Zahnstange wird das System eine beschleunigte Bewegung durchführen. Bei der dargestellten Verzahnung wird eine Rechteckverzahnung angenommen, d.h. die Kraft an der Verzahnung wirkt stets vertikal. Reibungseinflüsse bleiben generell unberücksichtigt.

Geg.: g, J_1, m_1, m_2, R

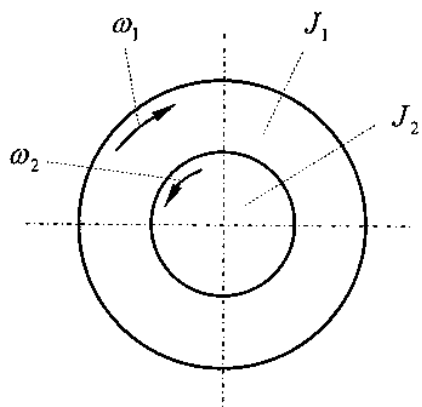
Bestimmen Sie die Beschleunigung der Zahnstange, die "Kraftwirkung zwischen Zahnstange und Zahnrad" sowie die Auflagerkraft im Lager A in Abhängigkeit der gegebenen Größen!





Aufgabe 5 (14P)

Zwei Drehteile haben zunächst eine unterschiedliche Drehzahl. Der Rotor 1 dreht "rechts rum" (800 1/min), der Rotor 2 dreht "links rum" (1600 1/min). Dann werden die beiden Drehteile zusammen gekuppelt und erreichen eine neue Drehzahl, bzw. eine neue Winkelgeschwindigkeit ω_3.



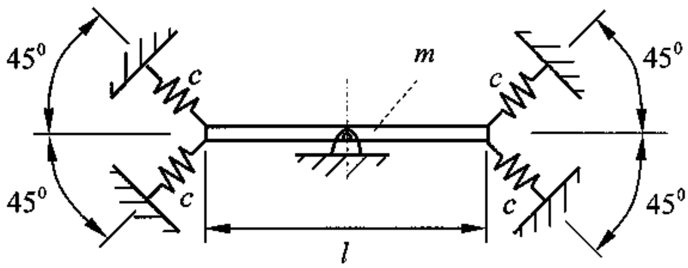
Ferner sind gegeben: $J_1 = 3\ \text{kgm}^2$; $J_2 = 2\ \text{kgm}^2$

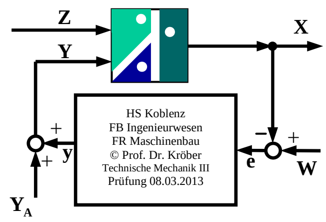
a. Bestimmen Sie diese "neue" Winkelgeschwindigkeit ω_3!
   Hinweis: Gegebenenfalls das Ergebnis noch in Worten interpretieren.

b. Wie groß ist der Energieverlust (bzw. geht über in Wärmeenergie) durch den Kupplungsvorgang?

Aufgabe 6 (12P)

Das abgebildete System besteht aus einem dünnen Stab, der durch vier Federn zentriert ist. Zu bestimmen ist die Eigenfrequenz f_0 für kleine Drehauslenkungen in Abhängigkeit der in der Skizze angegebenen Größen.





Aufgabe 7 (14P)

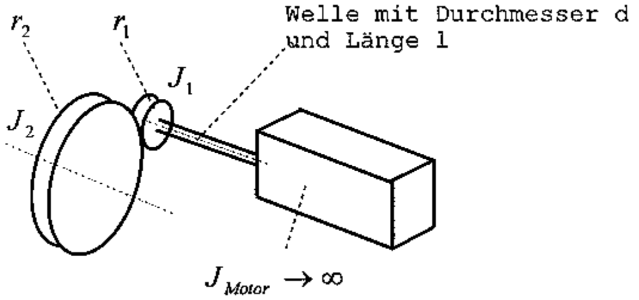
Das abgebildete Antriebssystem kann auf ein einfaches Ersatzsystem reduziert/umgerechnet werden. Hierbei soll das Massenträgheitsmoment des Motors sehr groß sein. Die Massenwirkung der Welle (Durchmesser d und Länge l, Schubmodul G) wird vernachlässigt. Die Zahnräder können jeweils als starre Körper angesehen werden.
Das System besitzt eine torsionskritische Drehzahl.

a. Berechnen Sie zunächst die Größen J_{red} und c_{Dreh} in Abhängigkeit der gegebenen Größen!

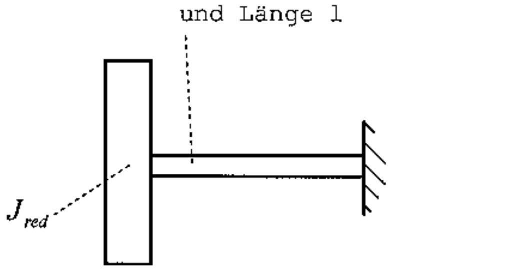
b. Wie groß ist die Eigenkreisfrequenz ω_0 in Abhängigkeit der gegebenen Größen!

Geg.: J_1, J_2, r_1, r_2, d, l, G

Reales System:



Ersatzsystem:



Hilfestellungen:

$$\varphi = \frac{M \cdot l}{G \cdot I_p} \qquad I_p = \frac{\pi}{32} \cdot d^4$$

Lösungen Prüfung Technische Mechanik III 08.03.13

zu 1) $\underline{\underline{x_1}} = v_{0x} \cdot t_1 = 30 \cdot 2\,m = \underline{\underline{60\,m}}$

$\underline{\underline{y_1}} = v_{0y} \cdot t_1 - \frac{1}{2} g \cdot t_1^2 = \left(30 \cdot 2 - \frac{1}{2}\, 9{,}81 \cdot 2^2\right) m = \underline{\underline{40{,}38\,m}}$

$\underline{\underline{v_{x1}}} = v_{x0} = \underline{\underline{30\,m/s}}$

$\underline{\underline{v_{y1}}} = v_{0y} - g\,t_1 = (30 - 9{,}81 \cdot 2)\,m/s = \underline{\underline{10{,}38\,m/s}}$

$\underline{\underline{v_1}} = \sqrt{v_{x1}^2 + v_{y1}^2} = \sqrt{30^2 + 10{,}38^2}\ m/s = \underline{\underline{31{,}75\,m/s}}$

$\tan\alpha_1 = \frac{v_{y1}}{v_{x1}} = \frac{10{,}38}{30} \Rightarrow \underline{\underline{\alpha_1 = 19{,}09°}}$

$\cos\alpha_1 = \frac{a_n}{g} \Rightarrow a_n = g \cdot \cos\alpha_1 = 9{,}81 \frac{m}{s^2} \cdot \cos 19{,}09° = 9{,}27\,m/s^2$

$\underline{\underline{a_n}} = \frac{v^2}{\rho} \Rightarrow \rho = \frac{v^2}{a_n} = \frac{31{,}75^2}{9{,}27}\,m = \underline{\underline{108{,}7\,m}}$

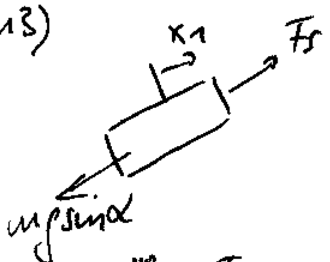
zu 2) $J = \frac{1}{12} \underbrace{(a^2 \cdot t \cdot \rho)}_{m_\square} (a^2 + a^2) - 5 \underbrace{(\pi r^2 t \rho)}_{m_\circ} \frac{r^2}{2} - 4 \underbrace{(\pi r^2 t \cdot \rho)}_{m_\circ} \left(\frac{a}{4}\sqrt{2}\right)^2$

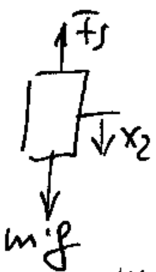
$= \frac{1}{6} a^2 t \rho a^2 - \frac{5}{2} \pi t \rho r^4 - 4 \pi r^2 t \rho \frac{a^2}{8}$

$\underline{\underline{J = t \cdot \rho \left(\frac{a^4}{6} - \frac{5}{2} \pi r^4 - \frac{\pi}{2} a^2 r^2\right)}}$

HS Koblenz
FB Ingenieurwesen
FR Maschinenbau
© Prof. Dr. Kröber
Technische Mechanik III
Prüfung 08.03.2013

zu 3)





$m\,\ddot{x}_1 = F_s - m \cdot g \sin\alpha$

$m\,\ddot{x}_2 = m \cdot g - F_s \Rightarrow F_s = m \cdot g - m\,\ddot{x}_2$

$m\,\ddot{x}_1 = m \cdot g - m\,\ddot{x}_2 - m \cdot g \cdot \sin\alpha$

Lösungen Prüfung Technische Mechanik III 08.03.13

zu3) ferner: $\ddot{x}_1 = \ddot{x}_2 = \ddot{x}$

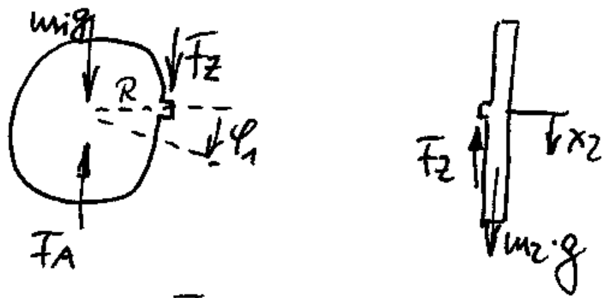
$$m\ddot{x} = m\cdot g - m\ddot{x} - mg\underbrace{\sin\alpha}_{1/2}$$

$$2\cancel{m}\ddot{x} = \cancel{m}\cdot g - \tfrac{1}{2}\cancel{m}\cdot g$$

$$2\ddot{x} = \tfrac{1}{2}g \Rightarrow \underline{\underline{\ddot{x} = \tfrac{1}{4}\cdot g}}$$

$$\underline{\underline{F_S}} = m\cdot g - m\ddot{x} = m\cdot g - m\tfrac{1}{4}g = \underline{\tfrac{3}{4}m\cdot g}$$

zu4)



$$\ddot{x}_2 = \ddot{\varphi}_1\cdot R$$

$$F_A = m_1\cdot g + F_Z \qquad m_2\ddot{x}_2 = m_2\cdot g - F_Z \Rightarrow F_Z = m_2\cdot g - m_2\ddot{x}_2$$

$$J_1\ddot{\varphi}_1 = F_Z\cdot R$$

$$J_1\ddot{\varphi}_1 = (m_2\cdot g - m_2\ddot{x}_2)\cdot R$$

$$J_1\frac{\ddot{x}_2}{R} = m_2\cdot g\cdot R - m_2\ddot{x}_2\cdot R$$

$$\ddot{x}_2\left(\frac{J_1}{R} + m_2 R\right) = m_2\cdot g\cdot R \quad \Big|\cdot R$$

$$\underline{\underline{\ddot{x}_2 = g\,\frac{m_2\cdot R^2}{J_1 + m_2R^2}}}$$

$$\underline{\underline{F_Z}} = m_2\cdot g - m_2\cdot g\,\frac{m_2R^2}{J_1+m_2R^2} = \frac{m_2\cdot g\cdot J_1 + \cancel{m_2\cdot g\, m_2R^2} - \cancel{m_2 g\, m_2R^2}}{J_1+m_2R^2} = \underline{\underline{m_2\cdot g\,\frac{J_1}{J_1+m_2R^2}}}$$

$$\underline{\underline{F_A}} = m_1\cdot g + F_Z = m_1\cdot g + m_2\cdot g\,\frac{J_1}{J_1+m_2R^2} = \underline{\underline{g\left(m_1 + m_2\,\frac{J_1}{J_1+m_2R^2}\right)}}$$

Lösungen Prüfung Technische Mechanik III 08.03.13

zu 5) $L_{vorher} = L_{nachher}$

$$J_1\omega_1 - J_2\omega_2 = (J_1+J_2)\omega_3$$

$$\underline{\underline{\omega_3}} = \frac{J_1\omega_1 - J_2\omega_2}{J_1+J_2} = \frac{3\,\frac{\pi\cdot 800}{30} - 2\,\frac{\pi\cdot 1600}{30}}{3+2}\,s^{-1} = \underline{\underline{-16{,}76\,s^{-1}}}$$

Bem.: Minuszeichen $\Rightarrow$ Links herum

$$\Delta E_{kin} = E_{kin\,vorher} - E_{kin\,nachher}$$

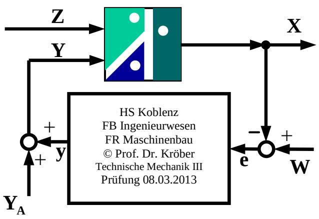
$$= \frac{1}{2}J_1\omega_1^2 + \frac{1}{2}J_2\omega_2^2 - \frac{1}{2}(J_1+J_2)\omega_3^2$$

$$\underline{\underline{}} = \left[\frac{1}{2}\,3\left(\frac{\pi\cdot 800}{30}\right)^2 + \frac{1}{2}\cdot 2\left(\frac{\pi\cdot 1600}{30}\right)^2 - \frac{1}{2}(3+2)\cdot 16{,}76^2\right]J = \underline{\underline{37{,}899\,kJ}}$$

zu 6) $\omega_0^2 = \frac{c_D}{J}$; $c_D = 4\cdot c\left(\frac{\ell}{2\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{1}{2}c\ell^2$; $J = \frac{1}{12}m\ell^2$ (parallel)

$$\underline{\underline{f_0}} = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{c_D}{J}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\frac{1}{2}c\ell^2}{\frac{1}{12}m\ell^2}} = \underline{\underline{\frac{1}{2\pi}\sqrt{6\frac{c}{m}}}}$$

zu 7) $\frac{1}{2}J_2\omega_2^2 + \frac{1}{2}J_1\omega_1^2 = \frac{1}{2}J_{red}\cdot\omega_1^2 \;\Big|\cdot\frac{1}{\omega_1^2}$



$$J_{red} = J_1 + J_2\left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2 \qquad v = \omega_2\cdot r_2 = \omega_1\cdot r_1$$

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{r_1}{r_2}$$

$$= \underline{\underline{J_1 + J_2\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2}}$$

$$\underline{\underline{c_{Dreh}}} = \frac{M}{\varphi} = \frac{G\cdot I_p}{\ell} = \underline{\underline{\frac{G}{\ell}\,\frac{\pi}{32}\,d^4}}$$

$$\underline{\underline{\omega_0}} = \sqrt{\frac{c_{Dreh}}{J_{red}}} = \underline{\underline{\sqrt{\frac{G\pi\cdot d^4}{32\cdot\ell\left(J_1+J_2\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2\right)}}}}$$