Fachhochschule Koblenz   Blatt 1 von 3   Name ____________________
Fachbereich Ingenieurwesen
Fachrichtung Maschinenbau   WS 09/10   Matr.-Nr. ____________________

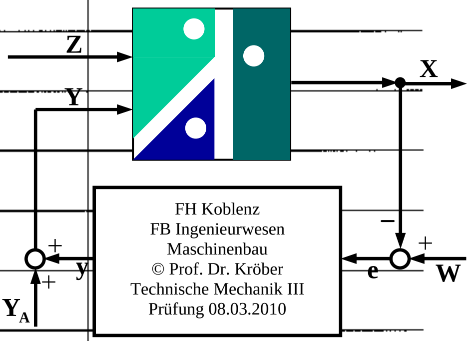
Technische Mechanik III
Prof. Dr. W. Kröber

Zur Bewertung der Aufgaben muss der gesamte Lösungsweg ersichtlich sein.

Bearbeitungszeit : 120 min

Note : ____________________

Aufgabe	erreichte Punkte
1	
2	
3	
4	
5	
6	
Summe	



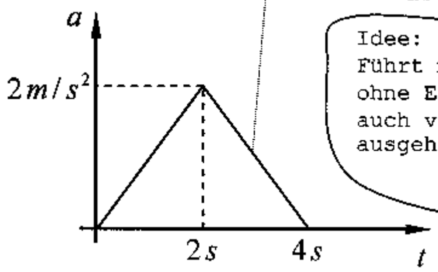
Erlaubte Hilfsmittel:
- Schreib- und Zeichengerät
- Taschenrechner
- Formelsammlungsblatt "Gleichförmige Bewegung ... bis ... Coriolis-Beschleunigung"
- Formelsammlungsblatt "Newton ... bis ... Drallsatz"
- Formelsammlungsblatt "Massenträgheitsmomente: ..."
- Formelsammlung "Maschinendynamik" (die ersten Blätter *oder* alle Blätter)

Aufgabe 1 (16P)

Ein Massepunkt wird gemäß dem angegebenen zeitlichen Verlauf aus der Ruhe geradlinig beschleunigt. Wie groß ist seine Geschwindigkeit und der zurückgelegte Weg zur Zeit t = 4 s (=Ende der Betrachtung bzw. der Skizze)?

Hilfestellung:
Für das erste Intervall ist die Berechnung bereits ausgeführt. Zum Zeitpunkt t = 2 s beträgt die Geschwindigkeit 2 m/s und der zurückgelegte Weg beträgt $4/3\,m = 1{,}\overline{3}...m$.

$$a(t) = 2m/s^2 \cdot \frac{4s - t}{2s} \quad in \quad 2s \le t \le 4s$$

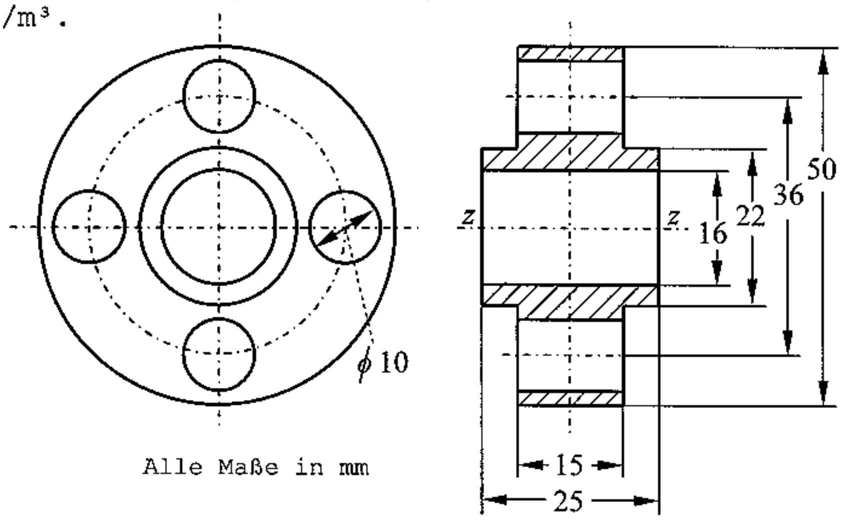


Idee:
Führt man die Zwischenrechnungen ohne Einheiten durch, kann man auch von folgender Gleichung ausgehen:

$$a = 2 \cdot \frac{4-t}{2} = 4 - t$$

Aufgabe 2 (18P)

Bestimmen Sie das Massenträgheitsmoment des abgebildeten Bauteils bezüglich der z-Achse (=Drehachse). Die Dichte des Materials sei ρ=7850 kg/m³.



Alle Maße in mm

Aufgabe 3 (16P)

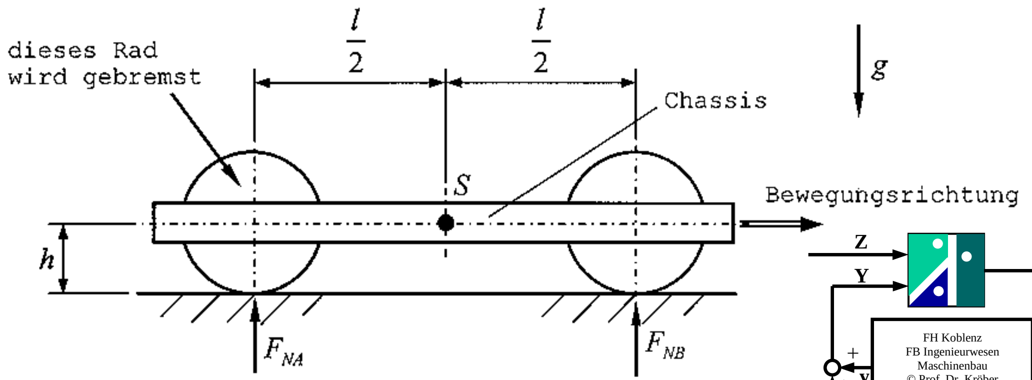
Bei dem abgebildeten Fahrzeug können die Achsen (Räder) als masselos angesehen werden. Die Masse des Fahrzeuges kann als Punktmasse m im Schwerpunkt angenommen werden. Das Fahrzeug bewegt sich in Bewegungsrichtung. Dann wird die hintere Achse gebremst. Dadurch wird eine Verzögerung a erzielt. Der Hebelarm der Rollreibung wird vernachlässigt.

Hinweis: In der gegebenen Skizze sind an den Achsen (Rädern) die vertikalen Reaktionskräfte/Kontaktkräfte bereits eingetragen.

Empfehlung: Verwenden Sie als Trägheitkraft den Term m·|a|

Gesucht sind die Kontaktkräfte zum Boden sowie der erforderliche Haftreibungskoeffizient an der gebremsten Achse.

Geg.: g, m, h, l, |a|



FH Koblenz
FB Ingenieurwesen
Maschinenbau
© Prof. Dr. Kröber
Technische Mechanik III
Prüfung 08.03.2010

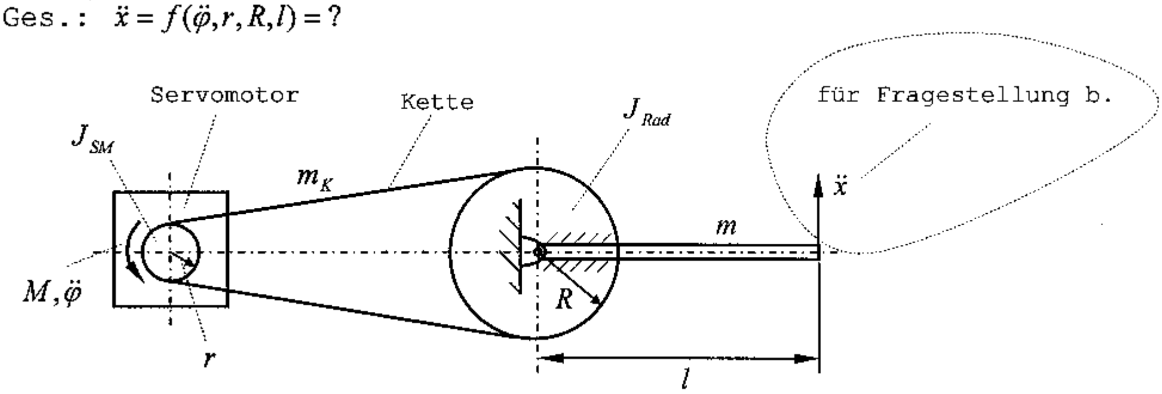
Aufgabe 4 (16P)

Ein Servomotor treibt über eine Kette ein Rad an. An dem angetriebenen Rad ist noch ein dünner Stab der Masse m befestigt. Der dünne Stab ist mit dem Rad fest verbunden. Das Massenträgheitsmoment des Servomotors sei J_{SM}, das Massenträgheitsmoment des Rades sei J_{Rad} (ohne Stab mit der Masse m). Die Massenwirkung der Kette (Masse m_K) soll mit berücksichtigt werden. Die Erdbeschleunigung g wirkt senkrecht zur Zeichenebene und daher in die Rechnung nicht ein.

Geg.: M, J_{SM}, J_{Rad}, m_K, m, l, r, R

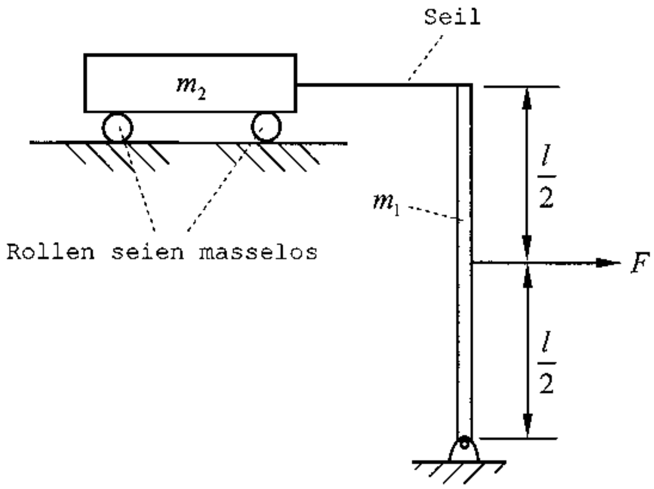
a. Bestimmen Sie die Winkelbeschleunigung des Servomotors in Abhängigkeit der gegebenen Größen!

b. Zwischen der Winkelbeschleunigung des Servomotors und der translatorischen Beschleunigung der Spitze der Masse m gibt es einen bestimmten formelmäßigen Zusammenhang. Wie lautet dieser Zusammenhang?
   Ges.: $\ddot{x} = f(\ddot{\varphi}, r, R, l) = ?$



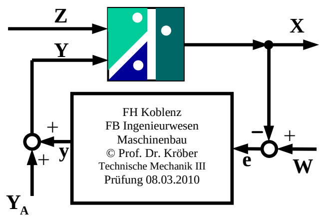
Aufgabe 5 (16P)

An dem vertikalen dünnen Stab der Masse m_1 greift in der Mitte eine Kraft F an. Der vertikale Stab ist am oberen Ende durch ein Seil (dehnstarr, masselos) mit der Masse m_2 verbunden. Infolge der Kraft F wird z.B. die Masse m_2 nach rechts beschleunigt. Bestimmen Sie die Seilkraft in Abhängigkeit der gegebenen Größen! Reibungseinflüsse werden vernachlässigt.



Geg.: F, m_1, m_2, l

Hinweis:
Die Erdbeschleunigung geht in die Rechnung nicht ein.



Aufgabe 6 (18P)

Ein Motor treibt über ein einstufiges Zahnradpaar eine Arbeitsmaschine an. Durch die torsionsweichen Wellen kann das System Torsionsschwingungen ausführen. Die Zahnräder können im schwingungstechnischen Sinne als steif angesehen werden, ihre Massenwirkung wird vernachlässigt.

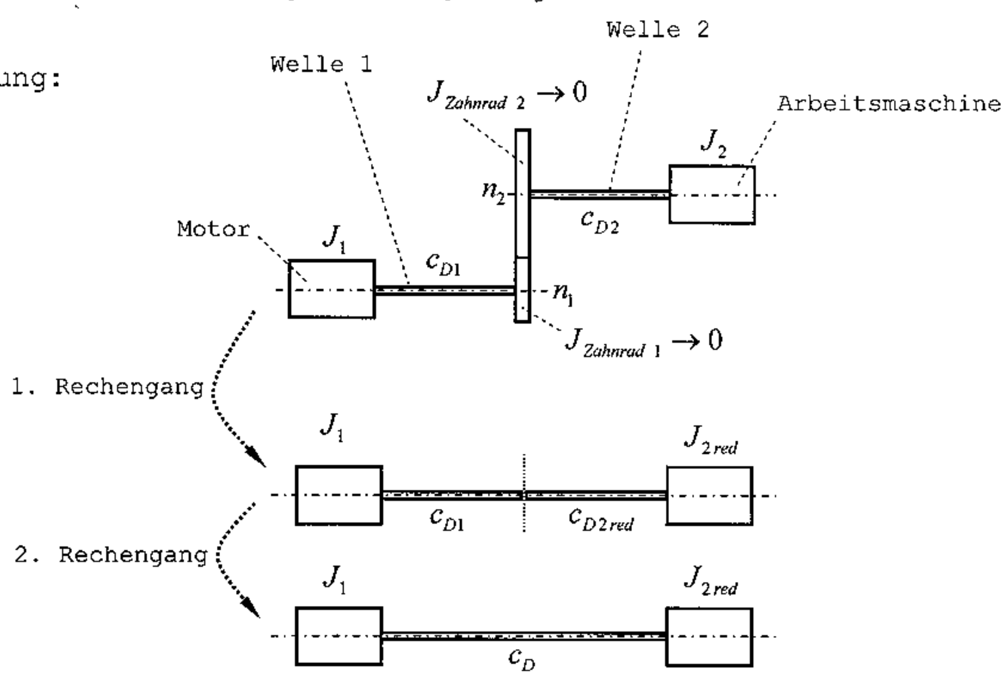
Geg.: Massenträgheitsmoment Motor J_1 = 0,04 kgm²
Massenträgheitsmoment Arbeitsmaschine J_2 = 0,16 kgm²
Übersetzungsverhältnis $n_2/n_1=1/2$
Welle 1: Länge 200 mm, Durchmesser 25 mm
Welle 2: Länge 300 mm, Durchmesser 30 mm
G = 80000 N/mm²

a. Bestimmen Sie zunächst c_{D1}, c_{D2}, c_{D2red}, J_{2red}, c_D !

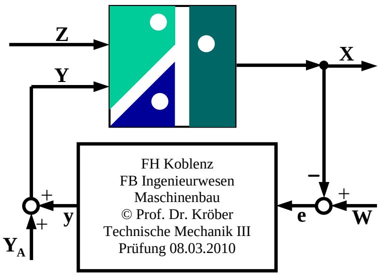
b. Bei welcher Motordrehzahl [in 1/min] liegt die torsionskritische Drehzahl?

Hilfestellung:

$$I_P = \frac{\pi}{32} \cdot d^4$$



Lösungen Prüfung Technische Mechanik III 08.03.10



zu 1) $a(t) = 4 - t$

$v(t) = 4t - \frac{1}{2}t^2 + C_1$

AB: $v(t=2s) = 2\,m/s$

$2 = \underbrace{4\cdot 2}_{8} - \underbrace{\frac{1}{2}\cdot 2^2}_{2} + C_1 \Rightarrow C_1 = -4$

also: $v(t) = 4\cdot t - \frac{1}{2}t^2 - 4 \Rightarrow v(t=4s) = 4\cdot 4 - \frac{1}{2}\cdot 4^2 - 4 = 4$

↓ Integration also $\underline{\underline{v(t=4s) = 4\,m/s}}$

$s(t) = 2\cdot t^2 - \frac{1}{6}t^3 - 4t + C_2$ ↲ Bem.: auch als Fläche unter a(t) Kurve ablesbar.

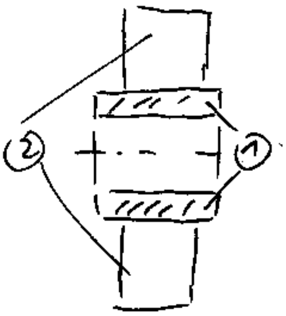
AB: $s(t=2s) = \frac{4}{3}m$

$\frac{4}{3} = \underbrace{2\cdot 2^2}_{8} - \underbrace{\frac{1}{6}\cdot 2^3}_{8/6} - \underbrace{4\cdot 2}_{8} + C_2 \Rightarrow C_2 = \ldots = 2{,}\bar{6}\ldots$

also: $s(t) = 2t^2 - \frac{1}{6}t^3 - 4t + 2{,}\bar{6}\ldots$

$s(t=4s) = 2\cdot 4^2 - \frac{1}{6}\cdot 4^3 - 4\cdot 4 + 2{,}\bar{6}\ldots = \ldots = 8{,}0 \Rightarrow \underline{\underline{s(t=4s) = 8\,m}}$

zu 2) $J = \frac{1}{2}m(R^2+r^2) = \frac{1}{2}\pi(R^2-r^2)\cdot b\cdot\rho\,(R^2-r^2) = \frac{\pi}{2}b\cdot\rho\,(R^4-r^4)$



$J_z = \frac{\pi}{2}\cdot 0{,}025\cdot 7850\left(0{,}011^4 - 0{,}008^4\right)kgm^2$ ⇐ 1

$+\frac{\pi}{2}\cdot 0{,}015\cdot 7850\left(0{,}025^4 - 0{,}011^4\right)kgm^2$ ⇐ 2

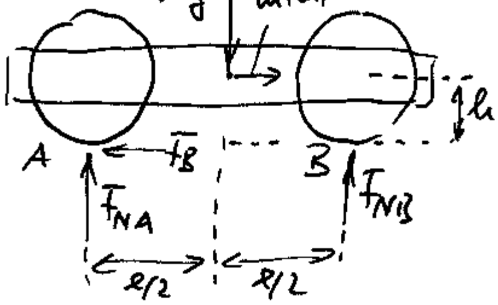
$-4\Big[\underbrace{\frac{\pi}{2}0{,}015\cdot 7850\cdot 0{,}005^4}_{0{,}1156\cdot 10^{-6}kgm^2} + \underbrace{\underbrace{\pi\cdot 0{,}005^2\cdot 0{,}015\cdot 7850}_{0{,}009248\,kg}\cdot 0{,}018^2}_{2{,}9964\cdot 10^{-6}kgm^2}\Big]kgm^2$

$J_z = (3{,}251 + 69{,}542 - 4\cdot 3{,}112)\cdot 10^{-6}kgm^2$

$\underline{\underline{= 60{,}345\cdot 10^{-6}kgm^2}}$

Lösungen Prüfung Techn. Mechanik III 08.03.10

zu 3)



Momentenbilanz um A:

$$m\cdot|a|\cdot h + m\cdot g\cdot\frac{\ell}{2} = F_{NB}\cdot\ell$$

$$F_{NB} = m\,|a|\cdot\frac{h}{\ell} + \frac{1}{2}\cdot m\cdot g$$

Horizontalkräfte: $F_B = m\cdot|a|$

Vertikalkräfte: $F_{NA} + F_{NB} = m\cdot g$

$$F_{NA} = m\cdot g - F_{NB} = m\cdot g - \left(m|a|\frac{h}{\ell} + \frac{1}{2}m\cdot g\right)$$

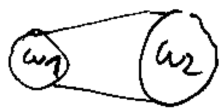
$$= \frac{1}{2}m\cdot g - m\,|a|\cdot\frac{h}{\ell}$$

$$\mu_{erf} = \frac{F_B}{F_{NA}} = \frac{m\cdot|a|}{\frac{1}{2}m\cdot g - m|a|\frac{h}{\ell}} = \frac{|a|}{\frac{g}{2} - |a|\frac{h}{\ell}}$$

zu 4) Reduktion Massen

$$\cancel{\tfrac{1}{2}} J_{red}\cdot\omega_1^2 = \cancel{\tfrac{1}{2}} J_{SM}\cdot\omega_1^2 + \cancel{\tfrac{1}{2}} m_K\cdot v^2 + \cancel{\tfrac{1}{2}}\left(J_{Rad} + \frac{1}{3}m\ell^2\right)\omega_2^2 \;\Big|\cdot\frac{1}{\omega_1^2}$$

$$J_{red} = J_{SM} + m_K\frac{v^2}{\omega_1^2} + \left(J_{Rad} + \frac{1}{3}m\ell^2\right)\left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2$$



$$v = \omega_1\cdot r = \omega_2\cdot R \;\rightarrow\; v/\omega_1 = r \;\rightarrow\; \omega_2/\omega_1 = r/R$$

somit: $$J_{red} = J_{SM} + m_K\cdot r^2 + \left(J_{Rad} + \frac{1}{3}m\ell^2\right)\left(\frac{r}{R}\right)^2$$

$$J_{red}\cdot\ddot{\varphi} = M \Rightarrow \ddot{\varphi} = \frac{M}{J_{red}} = \frac{M}{J_{SM} + m_K\cdot r^2 + \left(J_{Rad} + \frac{1}{3}m\ell^2\right)\left(\frac{r}{R}\right)^2}$$

4,5) $\dot{x} = \omega_2\cdot\ell\;;\;\omega_2 = \omega_1\frac{r}{R}$

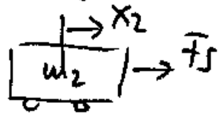
einges.: $$\dot{x} = \underbrace{\omega_1}_{\dot{\varphi}}\frac{r}{R}\cdot\ell \;\Big|\frac{d}{dt}$$

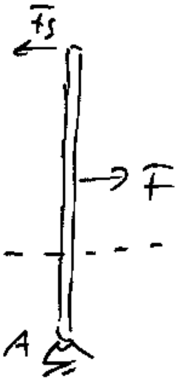
$$\ddot{x} = \frac{r\cdot\ell}{R}\cdot\ddot{\varphi}$$

FH Koblenz
FB Ingenieurwesen
Maschinenbau
© Prof. Dr. Kröber
Technische Mechanik III
Prüfung 08.03.2010

Lösungen Prüfung Techn. Mechanik III 08.03.10

zu 5)





$$m_2 \cdot \ddot{x}_2 = F_S$$

$$J_A \cdot \ddot{\varphi} = F \cdot \frac{\ell}{2} - F_S \cdot \ell \,; \quad J_A = \frac{1}{3} m_1 \ell^2$$

$$\ddot{x}_2 = \ddot{\varphi} \cdot \ell$$

$$\frac{F_S}{m_2} = \frac{F \cdot \frac{\cancel{\ell}}{2} - F_S \cdot \cancel{\ell}}{\frac{1}{3} m_1 \ell^{\cancel{2}}} \cdot \cancel{\ell} \quad \Big| \frac{m_1}{3}$$

$$\frac{1}{3} \frac{m_1}{m_2} F_S = \frac{1}{2} F - F_S$$

$$F_S \left(1 + \frac{1}{3} \frac{m_1}{m_2}\right) = \frac{1}{2} F \Rightarrow F_S = \underline{\underline{\frac{F}{2\left(1 + \frac{1}{3} \frac{m_1}{m_2}\right)}}}$$

FH Koblenz
FB Ingenieurwesen
Maschinenbau
© Prof. Dr. Kröber
Technische Mechanik III
Prüfung 08.03.2010

zu 6)

$$\varphi = \frac{M \cdot \ell}{G J_p} \qquad c = \frac{M}{\varphi} = \frac{G \cdot J_p}{\ell} \,; \quad J_p = \frac{\pi}{32} d^4$$

$$\underline{\underline{c_{D1}}} = \frac{80000 \cdot 10^6 \frac{\pi}{32} \cdot 0{,}025^4}{0{,}2} \frac{Nm}{1} = \underline{\underline{15340 \frac{Nm}{1}}}$$

$$\underline{\underline{c_{D2}}} = \frac{80000 \cdot 10^6 \frac{\pi}{32} \cdot 0{,}03^4}{0{,}3} \frac{Nm}{1} = \underline{\underline{21206 \frac{Nm}{1}}}$$

$$E_{Pot}: \quad \cancel{\frac{1}{2}} c_{D2red} \cdot \varphi_1^2 = \cancel{\frac{1}{2}} c_{D2} \cdot \varphi_2^2 \Rightarrow c_{D2red} = c_{D2} \left(\frac{\varphi_2}{\varphi_1}\right)^2$$

$$\frac{\varphi_2}{\varphi_1} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{1}{2} \Rightarrow \underline{\underline{c_{D2red}}} = 21206 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \frac{Nm}{1} = \underline{\underline{5301 \frac{Nm}{1}}}$$

$$E_{kin}: \quad \frac{1}{2} J_{2red}\, \omega_1^2 = \frac{1}{2} J_2 \cdot \omega_2^2 \Rightarrow J_{2red} = J_2 \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2 = 0{,}16 \left(\frac{1}{2}\right)^2 kgm^2$$

$$= 0{,}04\, kgm^2$$

Reihenschaltung von 2 Drehfedern:

$$\underline{\underline{c_D}} = \frac{c_{D1} \cdot c_{D2red}}{c_{D1} + c_{D2red}} = \frac{15340 \cdot 5301}{15340 + 5301} \frac{Nm}{1} = \underline{\underline{3940 \frac{Nm}{1}}}$$

$$\omega_0 = \sqrt{c_D \left(\frac{1}{J_1} + \frac{1}{J_{2red}}\right)} = \sqrt{3940 \left(\frac{1}{0{,}04} + \frac{1}{0{,}04}\right)}\, s^{-1} = 443{,}8\, s^{-1}$$

$$\omega = \frac{\pi \cdot n}{30} \Rightarrow \underline{\underline{n_0}} = \frac{30}{\pi} \cdot \omega_0 = \frac{30}{\pi} \cdot 443{,}8 \; 1/min = \underline{\underline{4238 \; 1/min}}$$