Fachhochschule Koblenz Blatt 1 von 4
Fachbereich Ingenieurwesen
Fachrichtung Maschinenbau SS 07

Name ______________________

Matr.-Nr. ______________________

Technische Mechanik III
Prof. Dr. W. Kröber

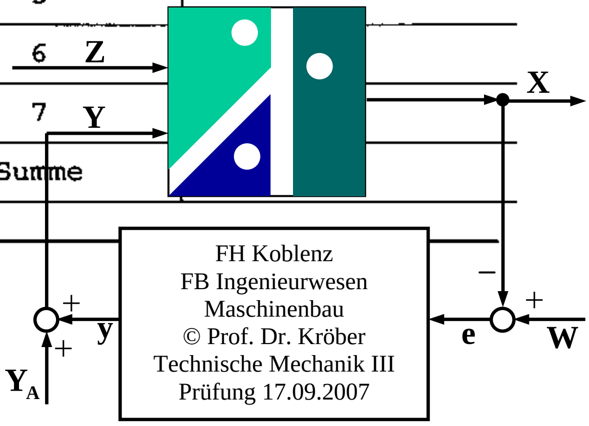
Aufgabe	erreichte Punkte
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
Summe	

Zur Bewertung der Aufgaben muss der gesamte Lösungsweg ersichtlich sein.

Bearbeitungszeit : 120 min

Diplomstudiengang: Aufgaben 1 bis 6
Bachelorstudiengänge: Aufgaben 2 bis 7

Note : ______________________



Erlaubte Hilfsmittel (Diplomstudiengang):

- Schreib- und Zeichengerät
- Taschenrechner
- Formelsammlung "Vorzeichenfestlegung der ..."
- Formelsammlung "Gleichförmige Bewegung ..."
- Formelsammlung "Newton: ..."
- Formelsammlung "Massenträgheitsmomente: ..."

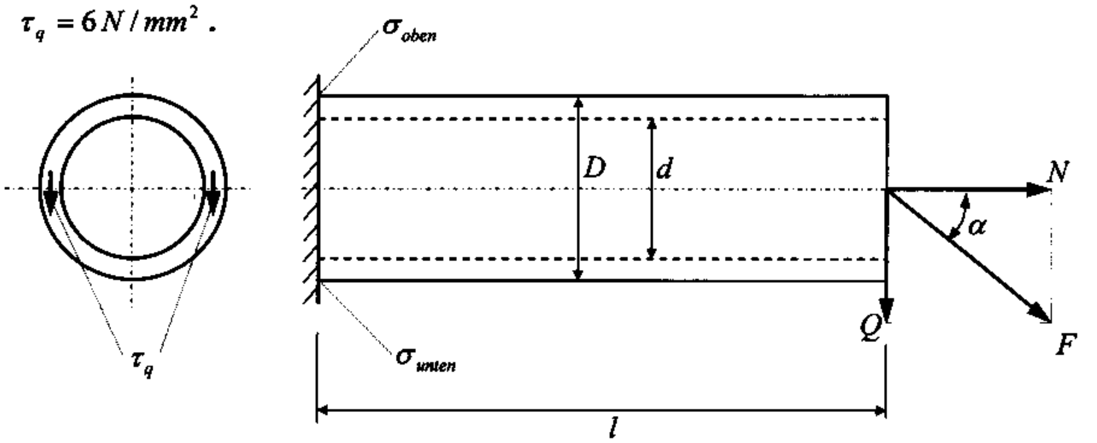
- Die folgenden Hilfsblätter aus "früheren Zeiten" dürfen auch noch verwandt werden:
  - Schwerpunkte von Flächen und Linien
  - Flächen- und Widerstandsmomente für die Biegung
  - Durchbiegungen und Neigungswinkel der ...
  - Knicken - Formeln und Daten
  - Querschnittsgrößen bei der Torsion von Stäben mit nicht kreisförmigem ...

Erlaubte Hilfsmittel (Bachelorstudiengänge):

- Schreib- und Zeichengerät
- Taschenrechner
- Formelsammlungsblatt "Gleichförmige Bewegung ... bis ... Coriolis-Beschleunigung"
- Formelsammlungsblatt "Newton ... bis ... Drallsatz"
- Formelsammlungsblatt "Massenträgheitsmomente: ..."
- Formelsammlung "Maschinendynamik" (die ersten Blätter *oder* alle Blätter)

Aufgabe 1 (18P)

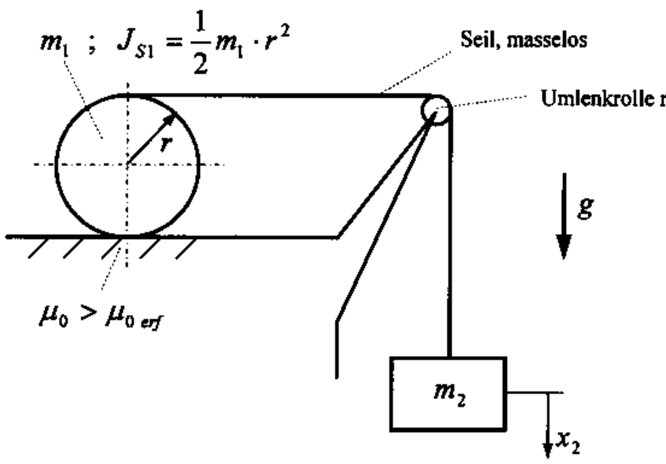
Das abgebildete Rohr (Außendurchmesser D= 50mm, Innendurchmesser d=40mm) sei links eingespannt. Am rechten freien Ende greift eine Kraft F unter einem Winkel α an. Die Kraft kann in eine Normalkraft und in eine Querkraft zerlegt werden. An der Einspannstelle beträgt die Normalspannung oben $\sigma_{oben} = +120\,N/mm^2$ und an der Unterseite $\sigma_{unten} = +20\,N/mm^2$. Die Schubspannung infolge Querschub in der Rohrmitte beträgt $\tau_q = 6\,N/mm^2$.

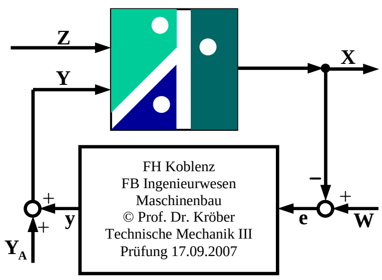


Bestimmen Sie die Normalkraft N, das Biegemoment M_b an der Einspannstelle, die Querkraft Q und den Hebelarm l!

Aufgabe 2 (24P)

Die beiden Massen sind mit einem Seil gekoppelt. Das Seil ist einige Mal um den Zylinder gewickelt. Der Haftreibungskoeffizient zwischen Zylinder und Untergrund ist so groß, dass ein Rutschen des Zylinders verhindert wird. Nach dem Loslassen vom m_2 bewegt sich die Masse m_2 nach unten.



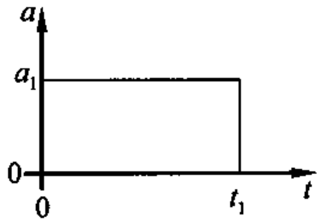


Bestimmen Sie die Beschleunigung $\ddot{x}_2$ in Abgängigkeit der gegebenen Größen!

Geg.: m_1, m_2, r, g

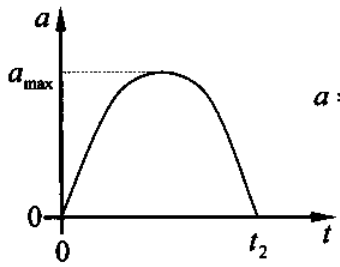
Aufgabe 3 (14P)

Im ersten Auslegungsfall beschleunigt ein Aufzug aus dem Stand für die Zeit $t_1 = 2s$ mit einer konstanten Beschleunigung $a_1 = 0{,}8 m/s^2$. Nach Abschluss der Beschleunigung wird die Geschwindigkeit $v_1 = a_1 \cdot t_1 = 1{,}6 m/s$ erzielt. Der Aufzug legt dabei den Weg $s_1 = \frac{a_1}{2} t_1^2 = 1{,}6m$ zurück.



Anmerkung: Der Fall mit a=konst muss nicht weiter untersucht werden.

Ein Mitfahrer im Aufzug empfindet die plötzliche Beschleunigung als Ruck. Das plötzliche Ende der Beschleunigungsphase kann zu Unwohlsein führen. Deshalb wird auf steuerungstechnischem Wege ein Beschleunigungsverlauf in Form einer Parabel realisiert.



$$a = a(t) = 4 \cdot a_{max} \cdot \frac{t}{t_2} \cdot \left(1 - \frac{t}{t_2}\right)$$

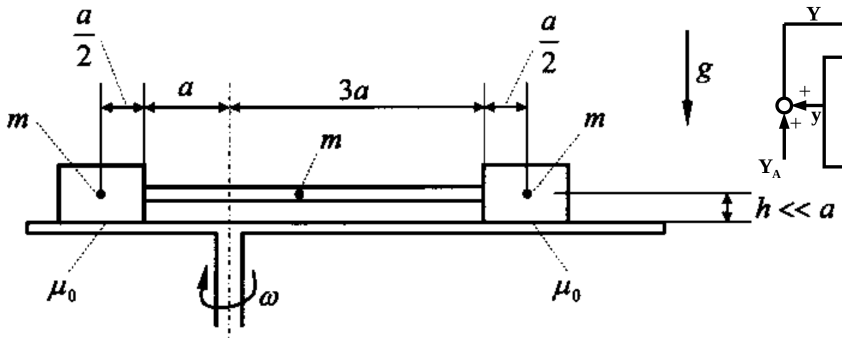
a. Ermitteln Sie eine Gleichung für die Geschwindigkeit und den Weg, beides in Funktion der Zeit!

b. Ermitteln Sie daraus eine Gleichung zur Bestimmung der Endgeschwindigkeit und eine Gleichung zur Bestimmung der Gesamtwegstrecke (beides am Ende der Beschleunigungsphase)!
   Ziel: $v_2 = \ldots \cdot a_{max} \cdot t_2$ und $s_2 = \ldots \cdot a_{max} \cdot t_2^2$

c. Die gesamte Bescheunigungszeit soll $t_2 = 2s$ und die Endgeschwindigkeit soll $v_2 = 1{,}6 m/s$ betragen. Bestimmen Sie dazu den Maximalwert der Beschleunigung a_{max} sowie die dabei zurückgelegte Wegstrecke s_2!

Aufgabe 4 (15P)

Auf einer sich um die vertikale Achse drehenden Plattform liegen zwei Massen, jeweils mit der Masse m. Diese beiden äußeren Massen sind mit einer Stange verbunden. Die Stange hat ebenfalls die Masse m. Durch die vorhandene Unsymmetrie heben sich die Fliehkräfte nicht auf. Ab welcher Kreisfrequenz der Plattform beginnt das Massesystem zu rutschen?

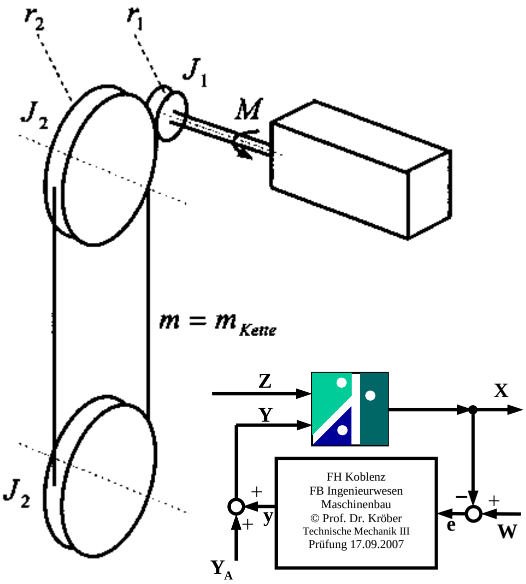


Aufgabe 5 (15P)

Die beiden Drehmassen (2 mal J_2) sind durch eine Kette (Masse $m = m_{Kette}$) gekoppelt (schematisch dargestellt). Angetrieben wird das System über ein Zahnradpaar. Das gesamte Massenträgheitsmoment aller Drehteile auf der Motorwelle sei J_1.

a. Wie groß ist die Winkelbeschleunigung des Motors infolge des Motorantriebsmomentes M?
   Ges.: $\ddot{\varphi} = f(M, J_1, J_2, m_{Kette}, r_1, r_2)$
   Tipp: Reduzieren Sie zunächst alle Massenwirkungen auf die Motorwelle.

b. Wie groß ist die Beschleunigung $\ddot{x}_{Kette}$ der Kette?
   Ges.: $\ddot{x}_{Kette} = f(M, J_1, J_2, m_{Kette}, r_1, r_2)$



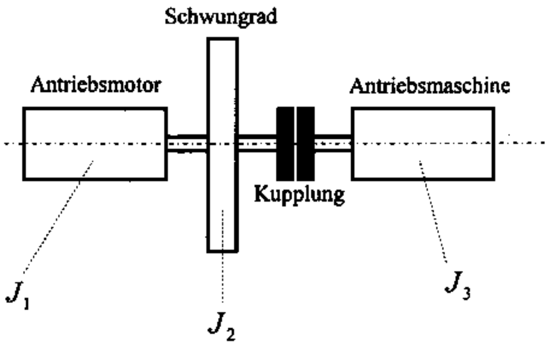
Aufgabe 6 (14P)

Bei dem abgebildeten Antriebssystem läuft zunächst das System Antriebsmotor/Schwungrad aus dem Stillstand hoch auf eine Drehzahl von 1500 1/min. Die Antriebsmaschine steht noch still. Dann erfolgt der Kuppelvorgang. Die Massenwirkungen der Wellen und der Kupplung werden vernachlässigt.

Ferner gegeben: $J_1 = J_3 = 0{,}2\,kgm^2$

a. Wie groß muss das Massenträgheitsmoment des Schwungrades sein, damit unmittelbar nach dem Kuppelvorgang die Drehzahl nicht unter 1000 1/min fällt?

b. Wie groß ist der Energieverlust beim Kuppelvorgang?

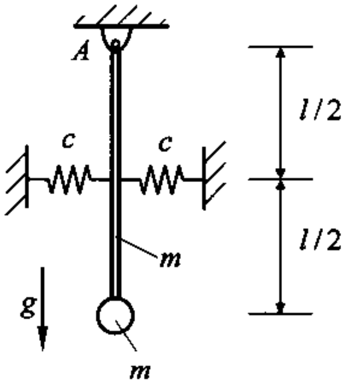


Aufgabe 7 (18P)

Das abgebildete System besteht aus einer dünnen Stange der Masse m und einer Punktmasse, ebenfalls der Masse m. Die Rückstellkräfte entstehen durch die beiden Federn und durch die Wirkung der Gravitationskraft.

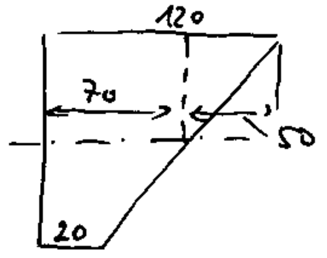
a. Wie groß ist das Massenträgheitsmoment J_A bezogen auf den Aufhängepunkt A?

b. Wie groß ist die Eigenkreisfrequenz des Systems für kleine Winkelauslenkungen ?
   Hilfestellung zu b:
   Vom System in ausgelenkter Stellung ausgehen.



Lösungen Technische Mechanik III vom 17.09.07 / Blatt 1

zu 1)



also: $\sigma_b = 50\,N/mm^2$; $\sigma_z = 70\,N/mm^2$

$$A = \frac{\pi}{4}(D^2 - d^2) = \frac{\pi}{4}(50^2 - 40^2)\,mm^2 = 706{,}858\,mm^2$$

$$\sigma_z = \frac{N}{A} \Rightarrow \underline{\underline{N}} = \sigma_z \cdot A = 70 \cdot 706{,}858\,N = \underline{\underline{49{,}480\,kN}}$$

$$J_y = \frac{\pi}{64}(D^4 - d^4) = \frac{\pi}{64}(50^4 - 40^4)\,mm^4 = 181132\,mm^4$$

$$W_b = \frac{J_y}{D/2} = \frac{181132}{50/2}\,mm^3 = 7245{,}3\,mm^3$$

$$\sigma_b = \frac{M_b}{W_b} \Rightarrow \underline{\underline{M_b}} = \sigma_b \cdot W_b = 50 \cdot 7245{,}3\,Nmm = \underline{\underline{362{,}264\,Nm}}$$

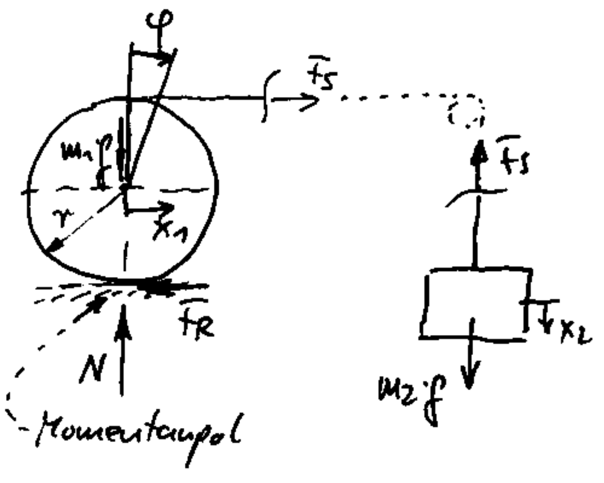
$$H_y(z=0) = \frac{2}{3}(R^3 - r^3) = \frac{2}{3}(25^3 - 20^3)\,mm^3 = 5083{,}\bar{3}\ldots\,mm^3$$

Wandstärke (einfach)

$$\tau_q = \frac{Q \cdot H_y}{J_y \cdot b} \Rightarrow \underline{\underline{Q}} = \frac{\tau_q \cdot J_y \cdot b}{H_y} = \frac{6 \cdot 181132 \cdot 2 \cdot 5}{5083{,}\bar{3}\ldots}\,N = \underline{\underline{2138{,}0\,N}}$$

$$\underline{\underline{l}} = \frac{M_b}{Q} = \frac{362264}{2138{,}0}\,mm = \underline{\underline{169{,}4\,mm}}$$

zu 2)



$N = m_1 \cdot g$
$F_R = \mu_0 \cdot N$
} „spielen hier keine Rolle“ $(\rightarrow \mu_{0\,erf} = \ldots)$

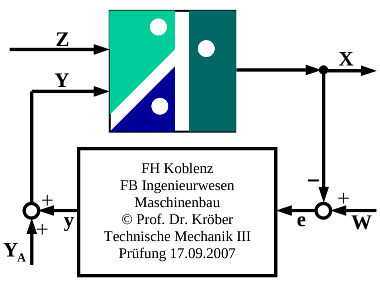
$$m_1 \ddot{x}_1 = F_S - F_R \Rightarrow F_R = F_S - m_1 \ddot{x}_1 \quad (1)$$

$$J_{S1}\,\ddot{\varphi} = F_S \cdot r + F_R \cdot r \quad (2)$$

$$m_2 \cdot \ddot{x}_2 = m_2 \cdot g - F_S \Rightarrow F_S = m_2 \cdot g - m_2 \ddot{x}_2 \quad (3)$$

$$\ddot{x}_1 = \frac{1}{2}\ddot{x}_2 \quad (4)$$

$$\ddot{\varphi} = \frac{\ddot{x}_2}{2r} \quad (5)$$



Lösungen Technische Mechanik III vom 17.09.07 / Blatt 2

(1) in (2): $J_{S1}\,\ddot{\varphi} = F_S\cdot r + (F_S - m_1\,\ddot{x}_1)\cdot r$

$$= 2\cdot F_S\cdot r - m_1\cdot r\cdot \ddot{x}_1$$

(3) eingesetzt:

$$J_{S1}\,\ddot{\varphi} = 2(m_2\cdot g - m_2\,\ddot{x}_2)\cdot r - m_1\cdot r\cdot \ddot{x}_1$$

(4) und (5) eingesetzt, ferner $J_{S1} = \frac{1}{2} m_1\cdot r^2$:

$$\frac{1}{2} m_1 r^2\,\frac{\ddot{x}_2}{2r} = 2(m_2\cdot g - m_2\,\ddot{x}_2)\cdot r - m_1\cdot r\,\frac{1}{2}\,\ddot{x}_2 \;\Big|\cdot\frac{1}{r}$$

$$\ddot{x}_2\left(\frac{m_1}{4} + 2m_2 + \frac{m_1}{2}\right) = 2m_2\cdot g$$

$$\ddot{x}_2 = \frac{2m_2\cdot g}{\frac{3}{4}m_1 + 2m_2} = \frac{m_2}{\frac{3}{8}m_1 + m_2}\cdot g$$

Zusatz: Ansatz über Energieerhaltung

$$m_2\cdot g\cdot x_2 = \frac{1}{2}J_{S1}\omega^2 + \frac{1}{2}m_1 v_1^2 + \frac{1}{2}m_2 v_2^2 \;;\; \omega = \frac{v_2}{2r} \;;\; v_1 = \frac{v_2}{2}$$

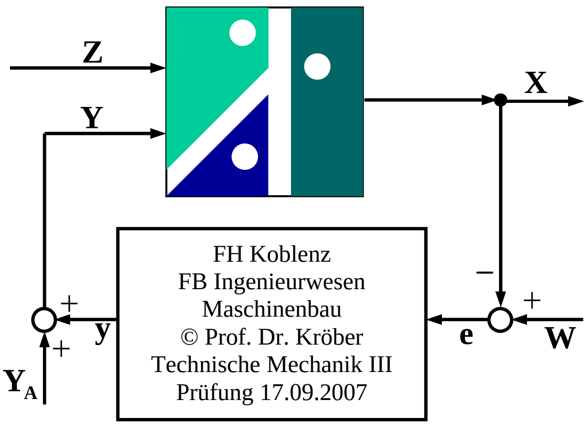
$$= \frac{1}{2}\cdot\overbrace{\frac{1}{2}m_1 \cancel{r^2}}\cdot\frac{v_2^2}{4\cancel{r^2}} + \frac{1}{2}m_1\frac{v_2^2}{4} + \frac{1}{2}m_2 v_2^2$$

$$= \left(\frac{m_1}{16} + \frac{m_1}{8} + \frac{m_2}{2}\right)v_2^2$$

$$= \left(\frac{3}{16}m_1 + \frac{1}{2}m_2\right)v_2^2 \;\Big|\cdot 2$$

$$2m_2\cdot g\cdot x_2 = \left(\frac{3}{8}m_1 + m_2\right)v_2^2$$

$$v_2^2 = 2\,\underbrace{\frac{m_2\cdot g}{\frac{3}{8}m_1 + m_2}}_{a}\cdot x_2 \quad \text{wegen } v^2 = 2a\cdot s$$



zu 3) $a(t) = 4\cdot a_{max}\left(\frac{t}{t_2} - \frac{t^2}{t_2^2}\right) = \frac{4\cdot a_{max}}{t_2}t - \frac{4\cdot a_{max}}{t_2^2}t^2$

$$v(t) = \frac{2\,a_{max}}{t_2}t^2 - \frac{4\cdot a_{max}}{3\cdot t_2^2}t^3 + \cancel{C_1}^{=0}$$

Lösungen Technische Mechanik III vom 17.09.07 / Blatt 3

$$\underline{\underline{s(t) = \frac{2 \cdot a_{max}}{3 \cdot t_2} \cdot t^3 - \frac{a_{max}}{3 \cdot t_2^2} t^4 + \cancel{s_2}^{\,0}}}$$

3,b) $\underline{\underline{v_2}} = v(t=t_2) = \frac{2 \cdot a_{max}}{t_2} t_2^2 - \frac{4 \cdot a_{max}}{3 t_2^2} t_2^3 = \underline{\underline{\frac{2}{3} \cdot a_{max} \cdot t_2}}$

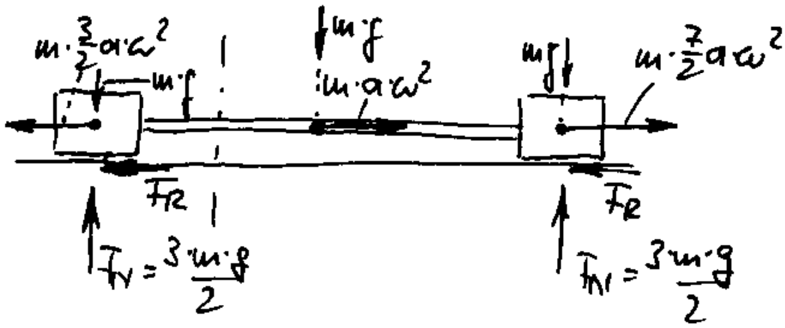
$\underline{\underline{s_2}} = s(t=t_2) = \frac{2 \cdot a_{max}}{3 \cdot t_2} t_2^3 - \frac{a_{max}}{3 t_2^2} t_2^4 = \underline{\underline{\frac{1}{3} a_{max} \cdot t_2^2}}$

3,c) $\underline{\underline{a_{max}}} = \frac{v_2}{\frac{2}{3} \cdot t_2} = \frac{1{,}6\,m/s}{\frac{2}{3} \cdot 2s} = \underline{\underline{1{,}2\,m/s^2}}$

$\underline{\underline{s_2}} = \frac{1}{3} \cdot a_{max} \cdot t_2^2 = \frac{1}{3} \cdot 1{,}2 \cdot 2^2\,m = \underline{\underline{1{,}6\,m}}$

FH Koblenz
FB Ingenieurwesen
Maschinenbau
© Prof. Dr. Kröber
Technische Mechanik III
Prüfung 17.09.2007

zu 4)



$(F_Z = m \cdot r \cdot \omega^2)$

Kräftebilanz horizontal:

$$m \cdot a \cdot \omega^2 + m \frac{7}{2} a \omega^2 = m \frac{3}{2} a \omega^2 + F_R + F_R \; ; \; F_R = \mu_0 \cdot \underbrace{\frac{3}{2} m \cdot g}_{F_N}$$

$$m \cdot a \underbrace{\left(1 + \frac{7}{2} - \frac{3}{2}\right)}_{3} \omega^2 = \cancel{2} \cdot \mu_0 \cdot \frac{3}{\cancel{2}} \cdot m \cdot g$$

$$\cancel{3} \cdot \cancel{m} \cdot a \cdot \omega^2 = \mu_0 \cancel{3} \cdot \cancel{m} \cdot g$$

$$\underline{\underline{\omega = \sqrt{\frac{\mu_0 \cdot g}{a}}}} \quad \text{(ab dieser Kreisfrequenz)}$$

Lösungen Technische Mechanik III vom 17.09.07 / Blatt 4

zu5) $E_{kin} = \frac{1}{2} J_{red}\,\omega_1^2 = \frac{1}{2} J_1 \omega_1^2 + \frac{1}{2} J_2 \omega_2^2 \cdot \underset{2\,Stk}{2} + \frac{1}{2} m_K \cdot v_{Kette}^2$

$\underbrace{v_{Kette} = \omega_1 \cdot r_1}_{(1)} = \omega_2 \cdot r_2 \Rightarrow \omega_2 = \omega_1 \frac{r_1}{r_2}$ (2)

(1) und (2) eingesetzt:

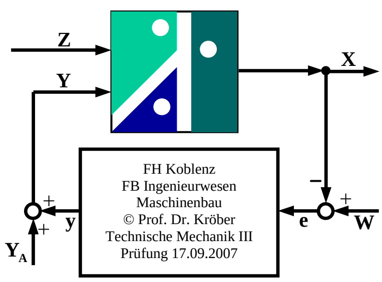
$$\cancel{\tfrac{1}{2}} J_{red} \cdot \cancel{\omega_1^2} = \cancel{\tfrac{1}{2}} J_1 \cancel{\omega_1^2} + \cancel{\tfrac{1}{2}} J_2 \cdot \cancel{\omega_1^2} \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \cdot 2 + \cancel{\tfrac{1}{2}} m_K \cancel{\omega_1^2} r_1^2$$

$$J_{red} = J_1 + 2 \cdot J_2 \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 + m_K \cdot r_1^2$$

$$J_{red} \cdot \ddot{\varphi} = M \Rightarrow \ddot{\varphi} = \underline{\underline{\frac{M}{J_1 + 2 \cdot J_2 \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 + m_K \cdot r_1^2}}}$$

5,b)

$$\ddot{x}_{Kette} = \ddot{\varphi} \cdot r_1 = \underline{\underline{\frac{M \cdot r_1}{J_1 + 2 \cdot J_2 \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 + m_K \cdot r_1^2}}}$$



zu6) $L_{vorher} = L_{nachher}$

$$(J_1 + J_2)\,\omega_1 = (J_1 + J_2 + J_3)\,\omega_2$$

$$J_1\omega_1 + J_2\omega_1 = J_1\omega_2 + J_2\omega_2 + J_3\omega_2$$

$$J_2(\omega_1 - \omega_2) = (J_1 + J_3)\omega_2 - J_1\omega_1$$

$$J_2 = \frac{(J_1 + J_3)\omega_2 - J_1\omega_1}{\omega_1 - \omega_2} = \frac{(0{,}2 + 0{,}2)\frac{\cancel{\pi} \cdot 1000}{\cancel{30}} - 0{,}2\,\frac{\cancel{\pi} \cdot 1500}{\cancel{30}}}{\frac{\cancel{\pi}}{\cancel{30}}(1500 - 1000)}\,kgm^2$$

$$= \underline{\underline{0{,}2\,kgm^2}}$$

6,b) $\Delta E_{kin} = E_{kin\,vorher} - E_{kin\,nachher}$

$$= \frac{1}{2}(J_1 + J_2)\omega_1^2 - \frac{1}{2}(J_1 + J_2 + J_3)\omega_2^2$$

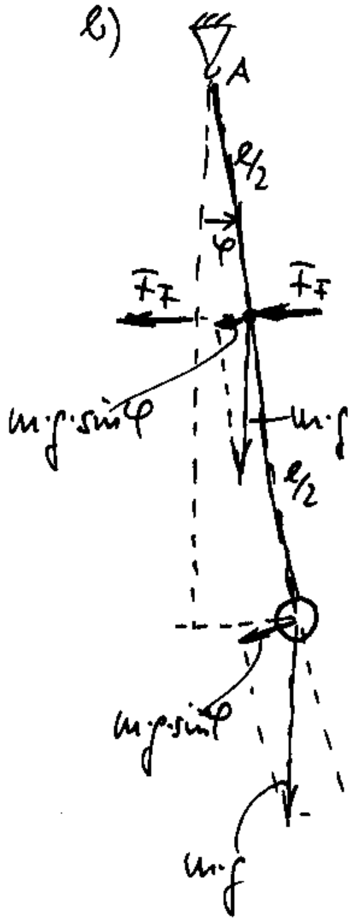
$$= \left[\frac{1}{2}(0{,}2 + 0{,}2)\left(\frac{\pi \cdot 1500}{30}\right)^2 - \frac{1}{2}(0{,}2 + 0{,}2 + 0{,}2)\left(\frac{\pi \cdot 1000}{30}\right)^2\right] Nm$$

$$= 4934{,}8\,J - 3289{,}9\,J = \underline{\underline{1644{,}9\,J}}$$

Lösungen Technische Mechanik III vom 17.09.07 | Blatt 5

zu 7, a) $\underline{\underline{J_A}} = ml^2 + \frac{1}{3}ml^2 = \underline{\underline{\frac{4}{3}ml^2}}$

b)



$$J_A \cdot \ddot{\varphi} = -\cancel{2} \cdot F_F \cdot \frac{l}{\cancel{2}} - m \cdot g \cdot \underbrace{\sin\varphi}_{\approx \varphi} \cdot \frac{l}{2} - m \cdot g \cdot \underbrace{\sin\varphi}_{\approx \varphi} \cdot l$$

wegen $|\varphi| \ll 1$

$$J_A \cdot \ddot{\varphi} = -F_F l - m \cdot g \cdot \frac{l}{2} \cdot \varphi - m \cdot g \cdot l \cdot \varphi$$

$$F_F = c \cdot x_{Feder} \; ; \; x_{Feder} = \varphi \cdot \frac{l}{2}$$

$$F_F = c \cdot \frac{l}{2} \cdot \varphi$$

oben eingesetzt

$$J_A \cdot \ddot{\varphi} = -c \cdot \frac{l}{2} \cdot \varphi \cdot l - \frac{3}{2} m \cdot g \cdot l \cdot \varphi$$

$$J_A \ddot{\varphi} + \left(\frac{1}{2}cl^2 + \frac{3}{2}m \cdot gl\right)\varphi = 0 \quad \Big| \; \frac{1}{J_A}$$

$$\ddot{\varphi} + \underbrace{\frac{\frac{1}{2}cl^2 + \frac{3}{2}m \cdot gl}{J_A}}_{\omega_0^2} \varphi = 0$$

$$\omega_0^2 = \frac{\frac{1}{2}cl^{\cancel{2}} + \frac{3}{2}mg\cancel{l}}{\frac{4}{3}ml^{\cancel{2}}}$$

$$\underline{\underline{\omega_0 = \sqrt{\frac{\frac{1}{2}cl + \frac{3}{2}m \cdot g}{\frac{4}{3}ml}}}} = \sqrt{\frac{3 \cdot c \cdot l + 9 \cdot m \cdot g}{8 \cdot m \cdot l}}$$