

Regelungstechnik SS 13
 Prof. Dr. W. Kröber

Diese Prüfung besteht aus einem Fragenteil und einem Rechenteil. Zur Bewertung der Aufgaben muss der gesamte Lösungsweg ersichtlich sein.

- Bearbeitungszeit : 90 min
- Erlaubte Hilfsmittel :
 - Schreib- und Zeichengerät
 - Taschenrechner
 - Formelsammlung (4 Blätter)

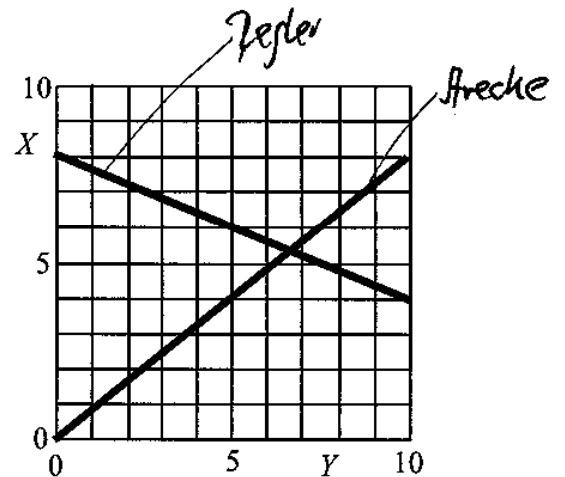
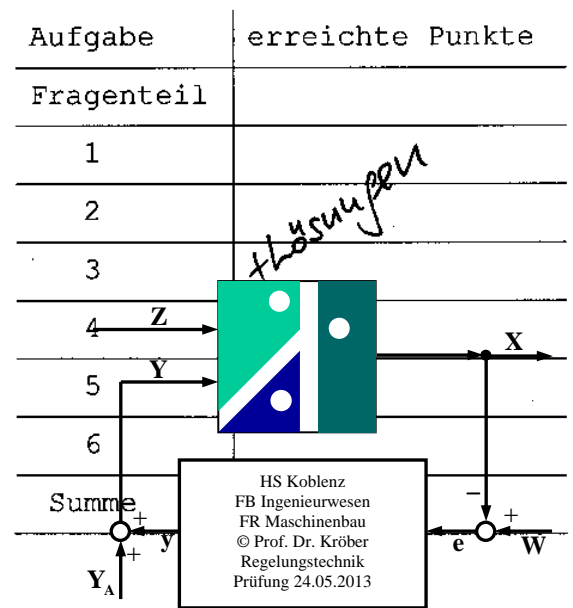
Note : _____

KURZFRAGEN :

1. Die Abbildung zeigt die statischen Kennlinien von Regelstrecke und Regler (P-Regler). Wie groß sind K_s und K_p ? (4P)

$$K_s = \frac{\Delta X}{\Delta Y} = \frac{8}{10} = 0,8$$

$$\text{Steigung} = -\frac{4}{10} = -\frac{1}{K_p} \Rightarrow K_p = 2,5$$



2. Ein analoger Regler wird durch einen digitalen Regler ersetzt. Hierbei muss eine zusätzliche Totzeit mit berücksichtigt werden. Welchen Zusammenhang gibt es zwischen dieser zusätzlichen Totzeit und dem Abtastintervall? (2P)

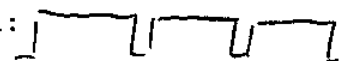
$$\Delta T_t = \frac{1}{2} \Delta t_{\text{Abtast}}$$

3. Skizzieren Sie den Signalverlauf eines einschaltdauermodulierten Signals! Zeigen Sie dies an einem kleinen Signal (z.B. 20%) und einem großen Signal (z.B. 80%)! (3P)

kleines Signal:



großes Signal:



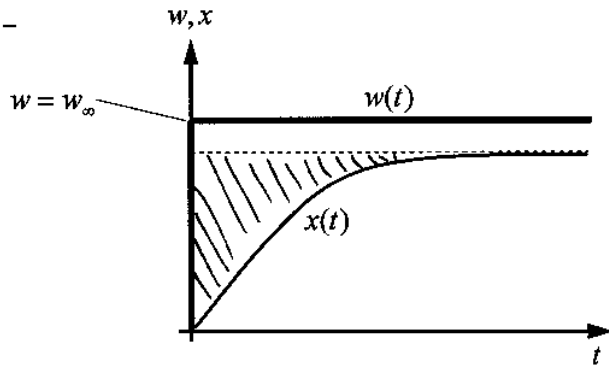
4. In einem Regelkreis muss die Anzahl der . . . stets eine ungerade Zahl sein. Wie lautet das fehlende Wort? (1P)

Vorzeichenumkehrungen

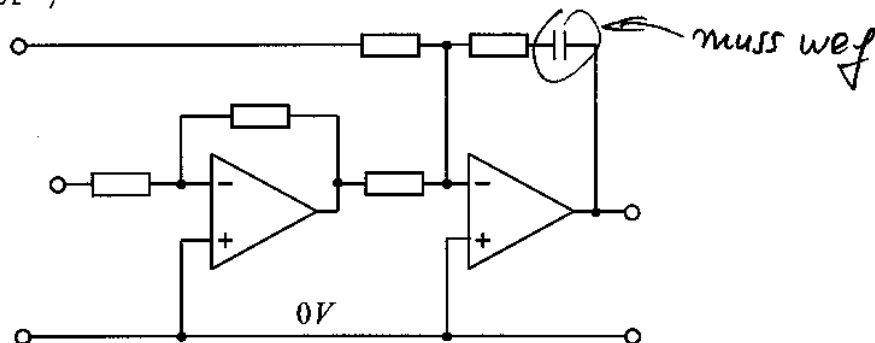
5. Welches Betriebsverhalten ergibt sich, wenn bei einer hydraulischen Positionsregelung ein I-Regler verwendet wird? (2P)

Dauerschwingungen ; $P\bar{b}$ (ungedämpft)

6. Schraffieren Sie in dem Signalverlauf $x(t)$ den Bereich, der durch die homogene Lösung der Differentialgleichung beschrieben wird! (2P)



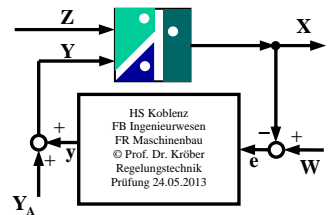
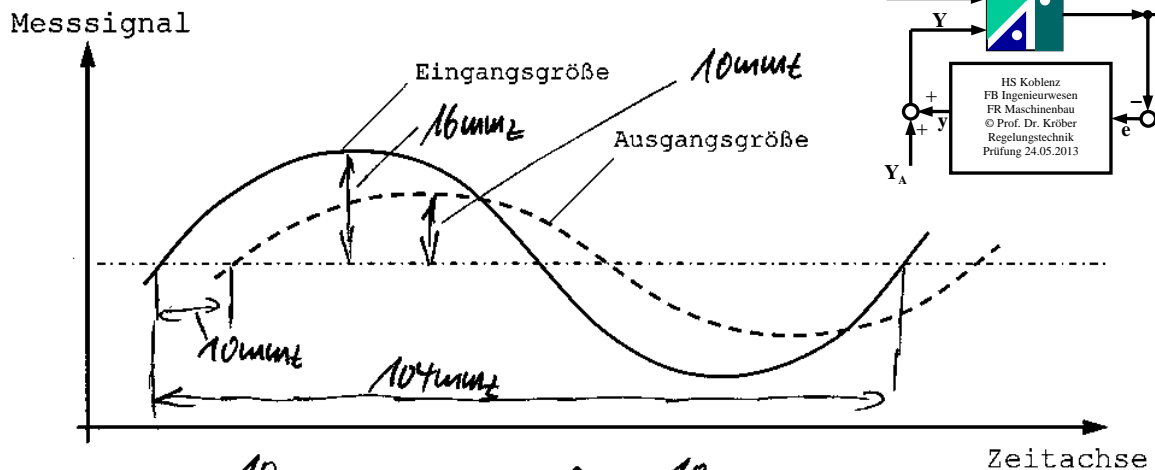
7. Wie muss man die angegebene Schaltung verändern, damit ein P-Regler entsteht? (3P)



8. Durch welches Übertragungselement wird ein Temperatursensor beschrieben? (2P)

PT₁

9. Ermitteln Sie für den angegebenen Messschrieb $|G|$ und φ (zahlenmäßige Lösung)! (6P)



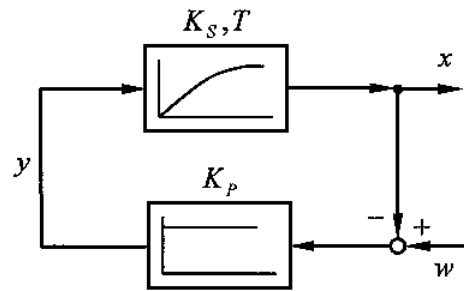
$$|G| = \frac{10}{16} = 0,625$$

$$\varphi = -\frac{10}{104} \cdot 360^\circ = -34,6^\circ$$

RECHENTEIL :

Aufgabe 1 (18P)

Ein Regelkreis besteht aus einer PT₁-Strecke und einem P-Regler.



Den Führungsfrequenzgang kann man schreiben als:

$$G_w = \frac{x}{w} = \frac{G_R \cdot G_S}{1 + G_R \cdot G_S} = \frac{K_P \cdot \frac{K_S}{1 + j\omega \cdot T}}{1 + K_P \cdot \frac{K_S}{1 + j\omega \cdot T}} = \frac{K_w}{1 + j\omega \cdot T^*}$$

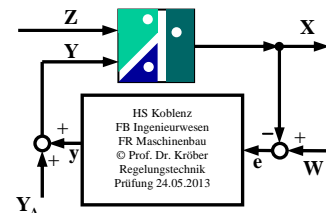
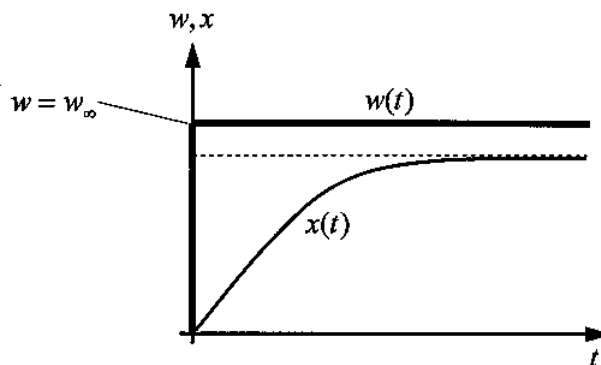
a. Weisen Sie zunächst die folgenden 2 Formeln nach!

$$K_w = \frac{K_S \cdot K_P}{1 + K_S \cdot K_P} \quad T^* = \frac{T}{1 + K_S \cdot K_P}$$

b. Auf das System wirkt ein Sollwertsprung von $w_\infty = 10$. Die Ausgangsgröße ist zum Zeitpunkt $t=0$ gleich Null.

Die zugehörige Differentialgleichung lautet: $x + T^* \cdot \frac{dx}{dt} = K_w \cdot w$

Die Lösung lautet: $x(t) = C \cdot e^{-t/T^*} + K_w \cdot w_\infty$



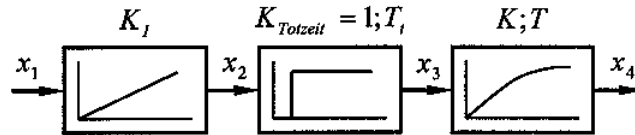
Bestimmen Sie die Integrationskonstante C formelmäßig und zahlenmäßig in Abhängigkeit der gegebenen Größen!

Geg.: $w_\infty = 10$; $K_S = K_P = 2$; $T = 5s$

c. Wie groß ist die bleibende Regeldifferenz (nur numerische Lösung erforderlich)?

Aufgabe 2 (16P)

Eine Regelstrecke besteht aus den drei angegebenen Übertragungselementen. Der Zeitschritt beträgt $\Delta t = 0,1s$.



i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
x_1	0	5	5	5	5	5	5	5	5	5
x_2	0	0	0,25	0,5	0,75	1	1,25	1,5	1,75	2
x_3	0	0	0	0	0	0	0	0,25	0,5	0,75
x_4	0	0	0	0	0	0	0	0	0,05	0,145

Bestimmen Sie K_I , T_t , sowie die beiden noch fehlenden Zahlenwerte in der Tabelle (unten rechts)!
 Gegebene Parameter: $K = 2$; $T = 1 s$.

Hilfestellungen: $v_{i+1} = v_i + (K_I \cdot \Delta t) \cdot u_i$ $v_i = u_{i-n}$ $v_{i+1} = v_i \cdot (1 - \frac{\Delta t}{T}) + u_i \cdot (K \cdot \frac{\Delta t}{T})$

Aufgabe 3 (18P)

Eine IT_1 -Regelstrecke wird mit einem PID-Regler geregelt.

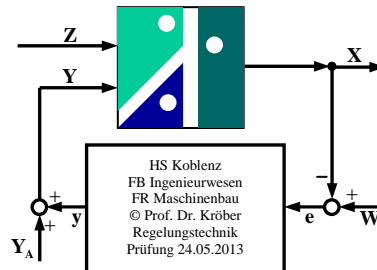
$$G_S = \frac{K_I}{j\omega \cdot (1 + j\omega \cdot T)}$$

$$G_R = K_p \cdot (1 + \frac{1}{j\omega \cdot T_n} + j\omega \cdot T_v)$$

Ermitteln Sie mit dem Hurwitzverfahren eine Aussage, für welche Einstellwerte der Regelkreis stabil ist!

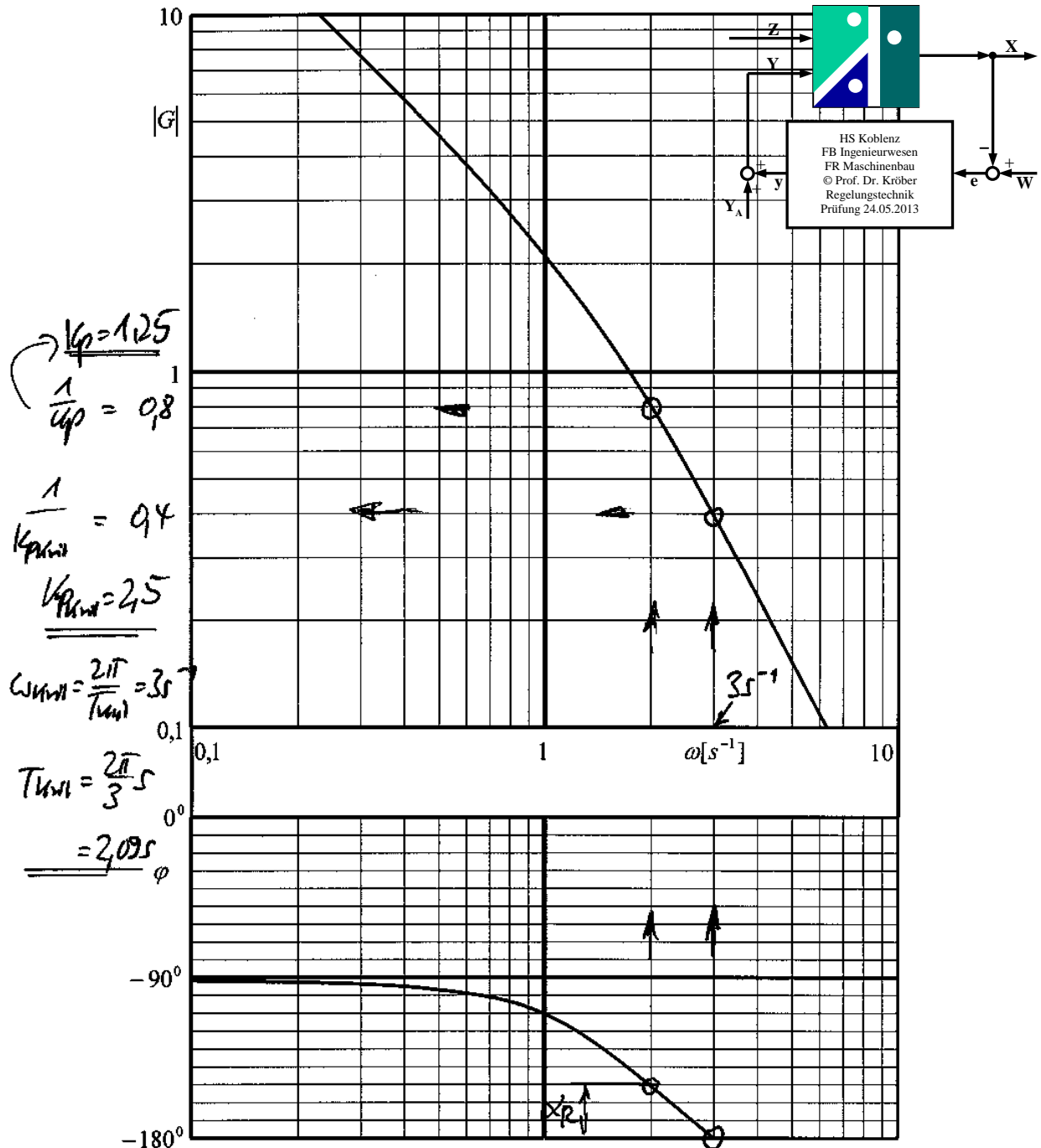
Ziel: $T_n > . . .$

Hilfestellung: $a_1 \cdot a_2 > a_0 \cdot a_3$



Aufgabe 4 (15P)

In dem Bode-Diagramm ist der Frequenzgang einer Regelstrecke eingetragen. Bestimmen Sie zunächst $K_{p\text{ krit}}$ und T_{krit} ! Zur Regelung wird ein P-Regler eingesetzt. Wie groß ist K_p , falls die Phasenreserve 30 Grad betragen soll?



Aufgabe 5 (18P)

Bestimmen Sie für den gegebenen Frequenzgang in Aufgabe 6 den Betrag und den Phasenwinkel für $\omega = 10\text{ s}^{-1}$! Sinnvolle Vorgehensweise: In einzelne elementare Elemente aufteilen.

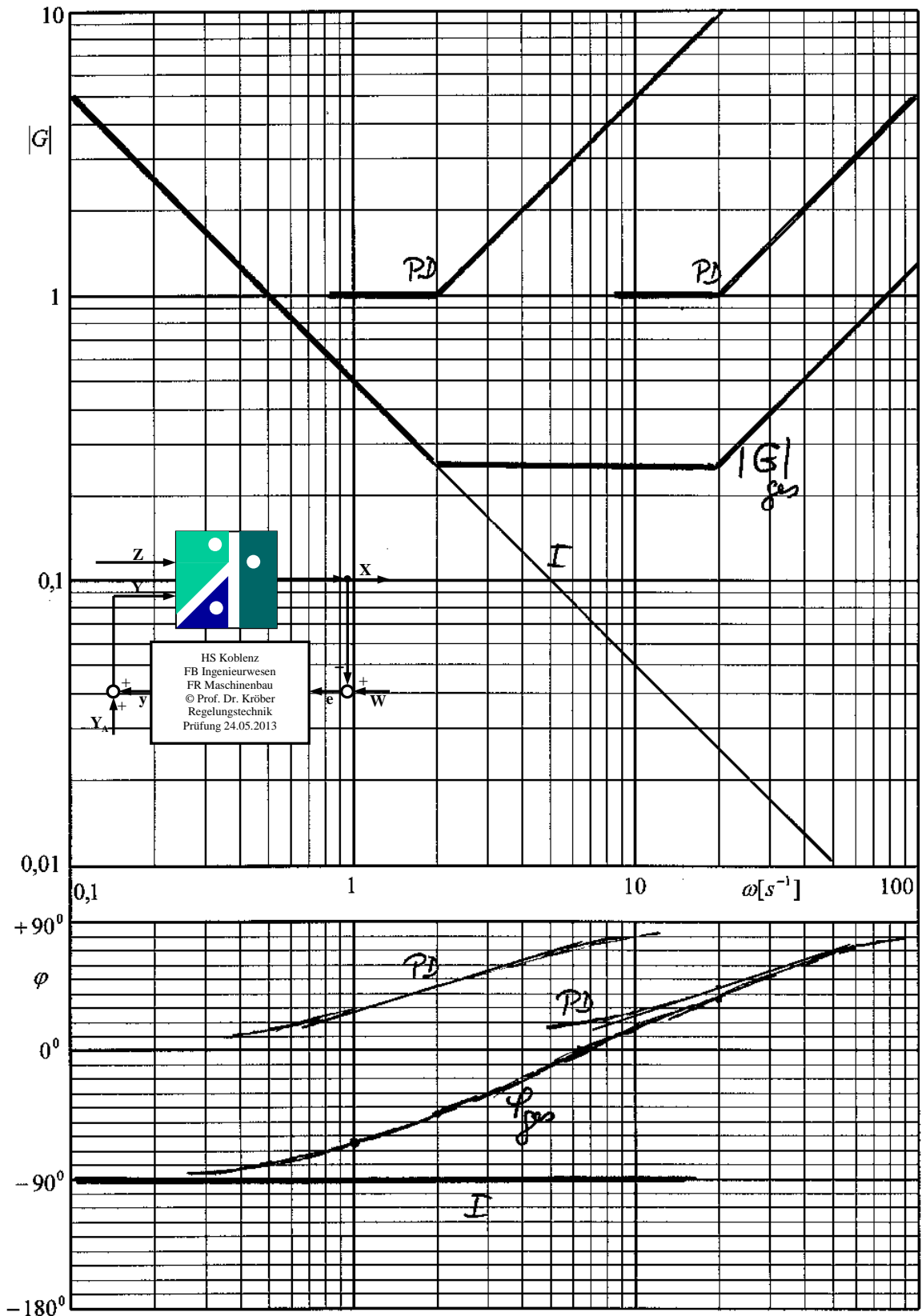
$$|G| = \sqrt{\text{Re}^2 + \text{Im}^2} ; \tan(\varphi) = \frac{\text{Im}}{\text{Re}}$$

Aufgabe 6 (15P)

Tragen Sie den angegebenen Frequenzgang in das Bode-Diagramm ein!

$$G = \frac{K_I \cdot (1 + j\omega \cdot T_1) \cdot (1 + j\omega \cdot T_2)}{j\omega}$$

Zahlenwerte: $K_I = 0,5s^{-1}$; $T_1 = 0,5 s$; $T_2 = 0,05 s$



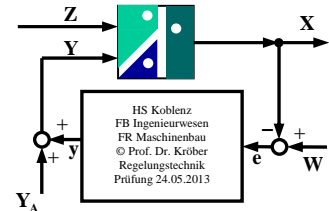
Lösungen Prüfung Regelungstechnik 24.05.13

$$\begin{aligned}
 \text{zu 1, a)} \quad G_w &= \frac{k_p \frac{k_s}{1+j\omega T}}{1+k_p \frac{k_s}{1+j\omega T}} \cdot \frac{1+j\omega T}{1+j\omega T} = \frac{k_p k_s}{1+j\omega T + k_p k_s} = \frac{k_p k_s}{1+k_p k_s + j\omega T} \cdot \frac{1}{1+k_p k_s} \\
 &= \frac{\frac{k_p k_s}{1+k_p k_s} = K_w}{1+j\omega \left(\frac{T}{1+k_p k_s} \right) T^*}
 \end{aligned}$$

$$b) \quad 0 = C \cdot \underbrace{e^{-0}}_1 + K_w \cdot u_{sp} \Rightarrow \underline{C = -K_w \cdot u_{sp} = -\frac{k_p \cdot k_s}{1+k_p k_s} \cdot u_{sp}}$$

$$\underline{C = -\frac{2 \cdot 2}{1+2 \cdot 2} \cdot 10 = -8}$$

$$\begin{aligned}
 c) \quad x(t \rightarrow \infty) &= x_{sp} = K_w \cdot u_{sp} = 0,8 \cdot 10 = 8 \\
 e &= w - x = 10 - 8 = \underline{\underline{2 = e_{sp}}}
 \end{aligned}$$



$$\text{zu 2) } K_I = ? \quad v_{i+1} = v_i + (K_I \cdot \Delta t) \cdot u_i \\
 0,25 = 0 + (K_I \cdot 0,15) \cdot 5 \Rightarrow \underline{\underline{K_I = \frac{0,25}{0,15 \cdot 5} = 0,55^{-1}}}$$

$$\begin{aligned}
 T_t = ? \quad &\text{Verschiebung um 5 Zeitschritte} \\
 \underline{\underline{T_t = 5 \cdot \Delta t = 5 \cdot 0,15 = 0,55}}
 \end{aligned}$$

$$v_{i+1} = v_i \left(1 - \frac{\Delta t}{T}\right) + u_i \left(K \cdot \frac{\Delta t}{T}\right)$$

$$v_{i+1} = v_i \left(1 - \frac{0,15}{1}\right) + u_i \left(2 \cdot \frac{0,15}{1}\right) = 0,9 \cdot v_i + 0,2 \cdot u_i$$

$$i=7: \underline{\underline{v_8 = 0,9 \cdot v_7 + 0,2 \cdot u_7 = 0,9 \cdot 0 + 0,2 \cdot 0,25 = 0,05}}$$

$$i=8: \underline{\underline{v_9 = 0,9 \cdot v_8 + 0,2 \cdot u_8 = 0,9 \cdot 0,05 + 0,2 \cdot 0,5 = 0,145}}$$

$$\begin{aligned}
 \text{zu 3) } G_w &= \frac{G_R \cdot G_S}{1+G_R \cdot G_S} = \frac{k_p \left(1 + \frac{1}{T_I j\omega} + T_V j\omega\right) \frac{K_I}{j\omega(1+j\omega T)}}{1+k_p \left(1 + \frac{1}{T_I j\omega} + T_V j\omega\right) \frac{K_I}{j\omega(1+j\omega T)}} \cdot \frac{T_I j\omega \cdot j\omega(1+j\omega T)}{T_I j\omega \cdot j\omega(1+j\omega T)} \\
 &= \frac{k_p (T_I j\omega + 1 + T_V T_I (j\omega)^2) K_I}{T_I j\omega \cdot j\omega(1+j\omega T) + k_p (T_I j\omega + 1 + T_V T_I (j\omega)^2) K_I}
 \end{aligned}$$

Lösungen Prüfung Regelungstechnik 24.05.13

Weiter 3)

$$\text{Nenner} = \underbrace{T_n(j\omega)^2 + T_n T(j\omega)^3}_{\dots\dots\dots} + K_p \underbrace{\bar{T}_n(j\omega)}_{\dots\dots\dots} K_I + K_p k_{\bar{T}} + K_p T_n \underbrace{\bar{T}_n(j\omega)^2}_{\dots\dots\dots} k_{\bar{T}}$$

$a_0 = K_p k_{\bar{T}}$ 1. Bed.: $a_i > 0$

$a_1 = K_p k_{\bar{T}} T_n$ 2. Bed.: $a_1 a_2 > a_0 a_3$

$a_2 = T_n (1 + K_p k_{\bar{T}} \bar{T}_n)$

$$K_p k_{\bar{T}} T_n \cdot T_n (1 + K_p k_{\bar{T}} \bar{T}_n) > K_p k_{\bar{T}} \cdot T_n \cdot T$$

$a_3 = T_n T$

$$\underline{\underline{T_n > \frac{T}{1 + K_p k_{\bar{T}} \bar{T}_n}}}$$

$$\text{zus) } |G| = \underbrace{\frac{K_I}{\omega}}_{|G_1|} \cdot \underbrace{\sqrt{1 + (\omega T_1)^2}}_{|G_2|} \cdot \underbrace{\sqrt{1 + (\omega T_2)^2}}_{|G_3|} = \frac{0,5}{10} \sqrt{1 + (10 \cdot 0,5)^2} \sqrt{1 + (10 \cdot 0,05)^2}$$

$$= \underline{\underline{0,05 \cdot 5,099 \cdot 1,118}} = \underline{\underline{0,2850}}$$

$\varphi_1 = -90^\circ$

$\tan \varphi_2 = \frac{\omega T_1}{1} = \omega T_1 = 10 \cdot 0,5 \Rightarrow \varphi_2 = +78,69^\circ$

$\tan \varphi_3 = \omega T_2 = 10 \cdot 0,05 \Rightarrow \varphi_3 = +26,57^\circ$

$\underline{\underline{\varphi_{\text{ges}}} = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 = -90^\circ + 78,69^\circ + 26,57^\circ = +15,26^\circ}$

Zusatz: Mögliche Alternative (war nicht empfohlen)

$$G = \frac{K_I (1 + j\omega T_1)(1 + j\omega T_2)}{j\omega} = \frac{K_I + K_I j\omega T_2 + K_I j\omega T_1 + K_I (j\omega)^2 T_1 T_2}{j\omega}$$

$$= \frac{K_I}{j\omega} + K_I (T_1 + T_2) + K_I (j\omega) T_1 T_2$$

$$G = \underbrace{K_I (T_1 + T_2)}_{\text{Re}} + j \underbrace{\left(K_I T_1 T_2 \omega - \frac{K_I}{\omega} \right)}_{\text{Im}}$$

$|G| = \sqrt{\text{Re}^2 + \text{Im}^2}$; $\tan \varphi = \frac{\text{Im}}{\text{Re}}$

