Fachhochschule Koblenz Blatt 1 von 5
Fachbereich Ingenieurwesen
Fachrichtung Maschinenbau

Maschinendynamik WS 08/09
Prof. Dr. W. Kröber

Zur Bewertung der Aufgaben muss der gesamte Lösungsweg ersichtlich sein.

- Bearbeitungszeit : 90 min

Diplomstudiengang: Aufgaben 1 bis 7

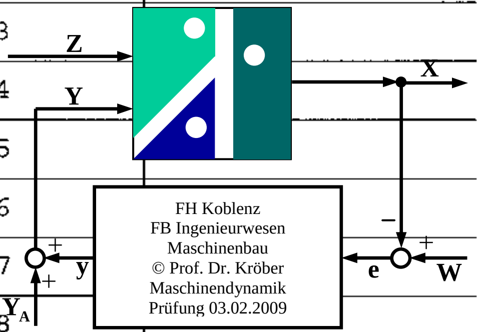
Bachelorstudiengänge: Aufgaben 3 bis 9

Note : ______________________

Name ______________________

Matr.-Nr. ______________________

Aufgabe	erreichte Punkte
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
Summe	



Erlaubte Hilfsmittel (Diplomstudiengang):

- Schreib- und Zeichengerät
- Taschenrechner
- Formelsammlung "Maschinendynamik" (11 Blätter)
- aus der Technischen Mechanik:
  - Flächen- und Widerstandsmomente für die Biegung
  - Durchbiegungen und Neigungswinkel
  - Massenträgheitsmomente homogener Körper

Erlaubte Hilfsmittel (Bachelorstudiengänge):

- Schreib- und Zeichengerät
- Taschenrechner
- Formelsammlung "Technische Mechanik III" (2 Blätter)
- Formelsammlungsblatt "Massenträgheitsmomente: ..." (1 Blatt)
- Formelsammlung "Maschinendynamik" (11 Blätter)
- Umdruck/Formelsammlung Maschinenakustik (9 Blätter)

Hilfestellung zu Aufgabe 8:

Tabellarische Darstellung der A-Bewertungskurve für einzelne Terzen:

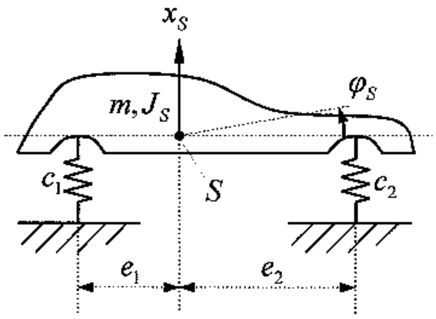
f[Hz]	12,5	16	20	25	31,5	40	50	63	80	100	125	160
ΔL [dB]	-63,4	-56,7	-50,5	-44,7	-39,4	-34,6	-30,2	-26,2	-22,2	-19,1	-16,1	-13,4

f[Hz]	200	250	315	400	500	630	800	1000	1250	1600	2000	2500
ΔL [dB]	-10,9	-8,6	-6,6	-4,8	-3,2	-1,9	-0,8	0	+0,6	+1,0	+1,2	+1,3

f[Hz]	3150	4000	5000	6300	8000	10000	12500	16000	20000
ΔL [dB]	+1,2	+1,0	+0,5	-0,1	-1,1	-2,5	-4,3	-6,6	-9,3

Aufgabe 1 (19P)

Für das abgebildete Fahrzeug sollen die Schwingungen bezüglich der Freiheitsgrade x_S und φ_S untersucht werden.



Geg.: $m = 1200$ kg; $J_S = 1600$ kgm^2;
$c_1 = 264$ kN/m; $c_2 = 168$ kN/m;
$e_1 = 1{,}4$ m; $e_2 = 2{,}2$ m

a. Bestimmen Sie die beiden Eigenfrequenzen f_{01} und f_{02}!

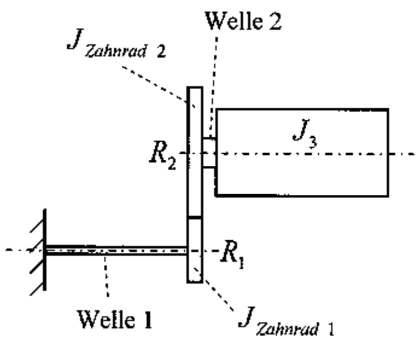
b. Weisen Sie nach, dass die beiden Schwingungsgrade entkoppelt sind!

c. Wie können Sie die Eigenfrequenz für die Vertikalschwingung auf einfache Weise bestimmen (Rechnung durchführen!)?

Aufgabe 2 (14P)

Das abgebildete Schwingungssystem besteht aus:
- Welle 1 (Länge 300 mm, Durchmesser 40 mm, links eingespannt)
- Welle 2: kann als starr angesehen werden
- Massenträgheitsmoment $J_3 = 1{,}6$ kgm^2.

Die Massenwirkung des Zahnradpaares kann vernachlässigt werden. Das Verhältnis der Radien der Zahnräder sei $R_2/R_1=2$. Der Schubmodul beträgt $G = 80000$ N/mm^2.

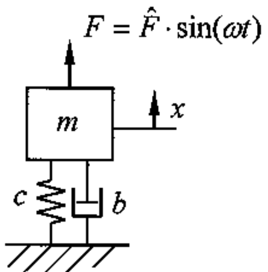


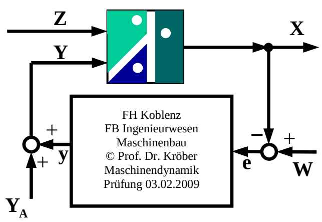
Bestimmen Sie die Eigenfrequenz f_o!

Hilfestellung: $I_P = \frac{\pi}{32} \cdot d^4$

Aufgabe 3 (14P)

Auf eine Masse wirkt eine sinusförmige Erregerkraft. Wird die erregende Frequenz genau auf die Hälfte der Eigenfrequenz eingestellt, ergibt sich zwischen der Kraft und dem Weg eine Phasenverschiebung von $\varphi = -7{,}6^0$. Ferner sind gegeben: $c = 10$ kN/mm; $m = 20$ kg; $\hat{F} = 7566$ N.

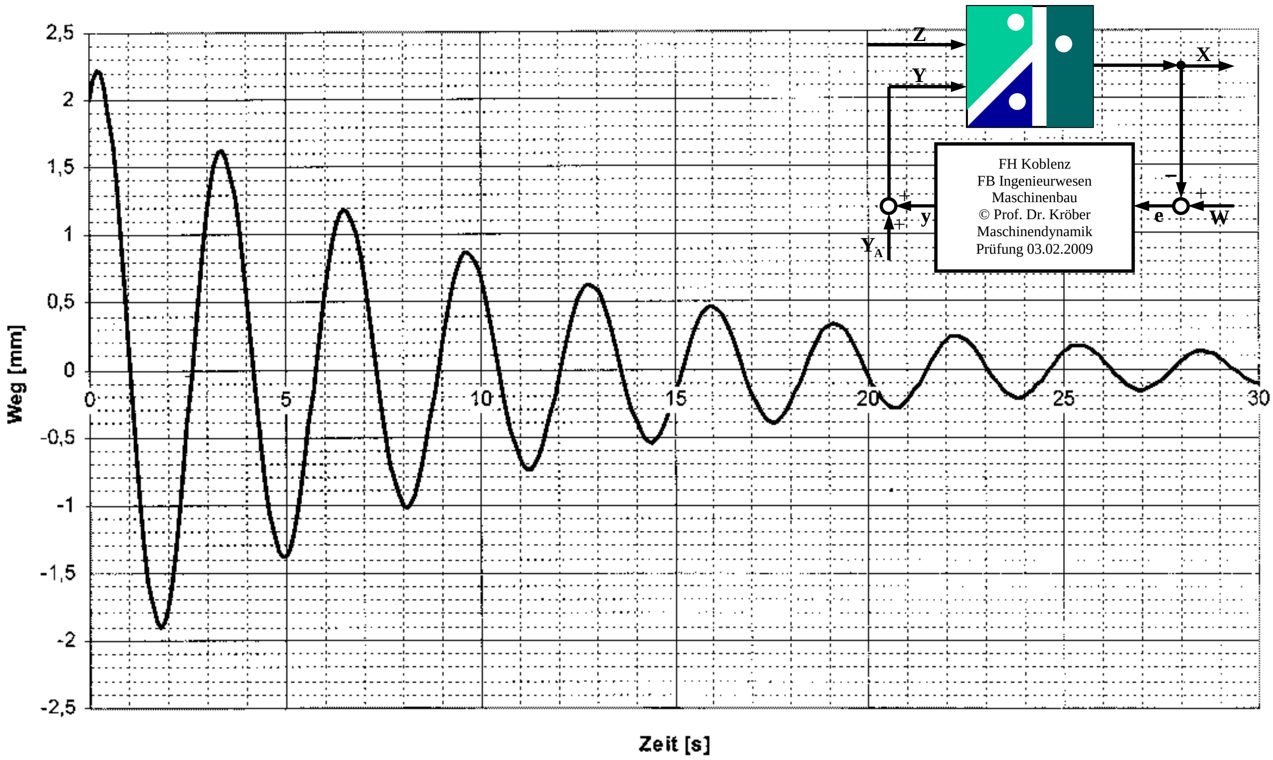




Bestimmen Sie die Anregungsfrequenz f, den Dämpfungsgrad ϑ und die Schwingamplitude $\hat{x}$!

Aufgabe 4 (14P)

Die Graphik zeigt den Schwingungsverlauf einer gedämpften Schwingung. Aufgezeichnet ist der zeitliche Verlauf von 30 Sekunden.

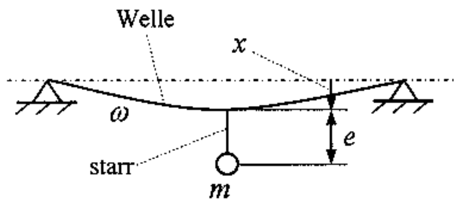


Bestimmen Sie das logarithmische Dekrement Λ, den Dämpfungsgrad ϑ, die Periodendauer T_d sowie die Abklingkonstante δ (es kann angenommen werden: $T_0 \approx T_d$ bzw. $\omega_0 \approx \omega_d$) !

Aufgabe 5 (10P)

Eine biegeweiche Welle dreht mit der Kreisfrequenz ω. Infolge der Fliehkraft biegt sich die Welle durch. Durch die Verformung entsteht eine elastische Rückstellkraft. Es wird nur die Massenwirkung der Punktmasse m berücksichtigt. Dies lässt sich durch folgende Gleichung formulieren:

$$c \cdot x = m \cdot (e + x) \cdot \omega^2$$



Hinweis: Die Exzentrizität e ist in der Skizze nur aus zeichentechnischen Gründen so groß dargestellt.

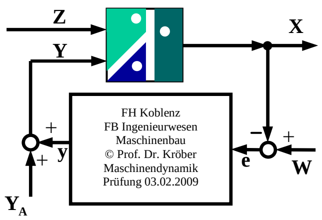
Bei welcher Kreisfrequenz ω ist die Durchbiegung x halb so groß wie die Exzentrizität e?

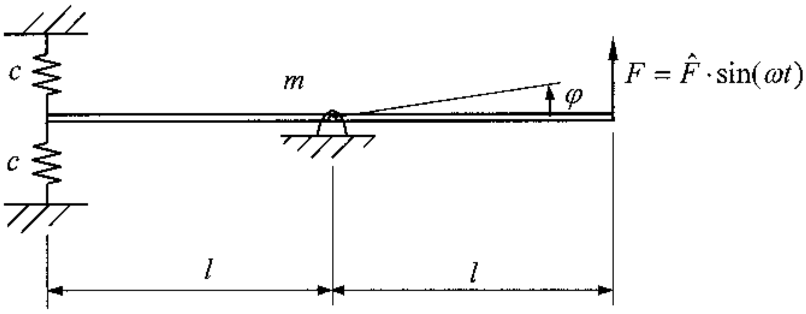
Geg.: c, m, e

Aufgabe 6 (15P)

Ein starrer dünner Stab wird durch zwei Federn zentriert. Zusätzlich wirkt an einem Stabende eine sinusförmige Kraft.

Geg.: c, m, l, $\hat{F}$, ω





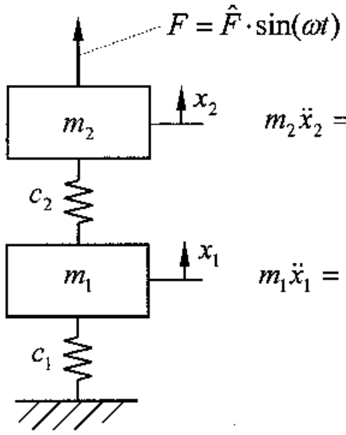
a. Bestimmen Sie die Eigenfrequenz f_0 in Abhängigkeit der gegebenen Größen!

b. Wie groß ist der Winkel $\hat{\varphi}$ in Abhängigkeit der gegebenen Größen?
Hilfestellungen zu b.:

$J \cdot \ddot{\varphi} + c_{Dreh} \cdot \varphi = F \cdot l$ ferner der Ansatz: $\varphi = \hat{\varphi} \cdot \sin(\omega t)$ bei $F = \hat{F} \cdot \sin(\omega t)$

Aufgabe 7 (14P)

Auf dem abgebildeten Zweimassenschwinger greift an der Obermasse eine sinusförmige Kraft $F = \hat{F} \cdot \sin(\omega t)$ an.
Für jeden Freiheitsgrad ist die dazugehörige Differentialgleichung und die dazugehörige Formulierung in Zeigerschreibweise bereits angegeben. Die beiden Gleichungen in Zeigerschreibweise sind der Ausgangspunkt für die weitere Berechnung.



$$m_2 \ddot{x}_2 = -c_2(x_2 - x_1) + F \quad \Longrightarrow \quad m_2 (j\omega)^2 \underline{x}_2 = -c_2(\underline{x}_2 - \underline{x}_1) + \underline{F}$$

$$m_1 \ddot{x}_1 = -c_2(x_1 - x_2) - c_1 x_1 \quad \Longrightarrow \quad m_1 (j\omega)^2 \underline{x}_1 = -c_2(\underline{x}_1 - \underline{x}_2) - c_1 \underline{x}_1$$

a. Weisen Sie die Richtigkeit der folgenden Gleichung nach:

$$|G_2| = \frac{\hat{x}_2}{\hat{F}} = \frac{c_1 + c_2 - m_1\omega^2}{(c_1 + c_2 - m_1\omega^2)(c_2 - m_2\omega^2) - c_2^{\,2}}$$

b. Bei welcher Kreisfrequenz ω ist die Masse m_2 in Ruhe (Tilgungsfrequenz)?

Aufgabe 8 (20P)

An einem Messpunkt liegt folgender Schalldruckverlauf vor:

$$p(t) = \hat{p}_1 \cdot \sin(2\pi f_1 t) + \hat{p}_2 \cdot \sin(2\pi f_2 t) + \hat{p}_3 \cdot \sin(2\pi f_3 t)$$

Zahlenwerte:
$\hat{p}_1 = 0{,}8 Pa$; $f_1 = 200 Hz$; $\hat{p}_2 = 0{,}7 Pa$; $f_2 = 500 Hz$; $\hat{p}_3 = 0{,}6 Pa$; $f_3 = 1000 Hz$

a. Wie groß ist der Gesamtschalldruckpegel in [dB] (linear bewertet)?

b. Wie groß ist der Gesamtschalldruckpegel in [dB] (A bewertet)?

c. Wie lange dürfte dieser Pegel an einem Arbeitsplatz vorhanden sein, damit der auf 8 Stunden bezogene Mittelungspegel von 85 dB(A) nicht überschritten wird?

Aufgabe 9 (13P)

Zur Ermittlung des Schallleistungspegels einer Maschine werden an 5 Messpunkten die Schalldruckpegel L_{pi} gemessen.

Hinweis: Die Bodenfläche (schraffiert) wird als schallhart angesehen und nicht berücksichtigt.

Messwerte:

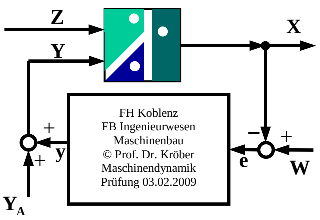
L_{p1}=52,0 dB(A)

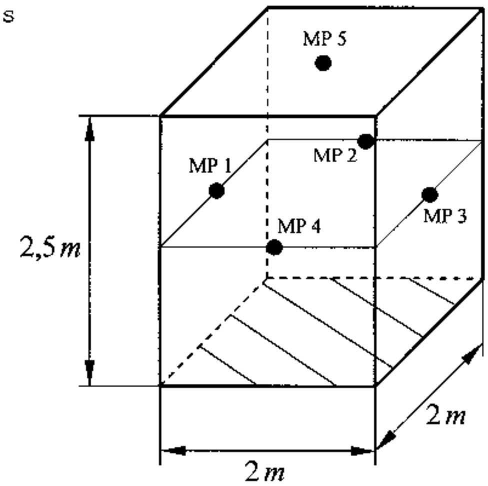
L_{p2}=54,6 dB(A)

L_{p3}=53,2 dB(A)

L_{p4}=52,1 dB(A)

L_{p5}=55,2 dB(A)





Bestimmen Sie den Schallleistungspegel L_W der Maschine! Dabei kann mit den vereinfachten Formeln gerechnet werden (Die Messflächen seien näherungsweise gleich groß).

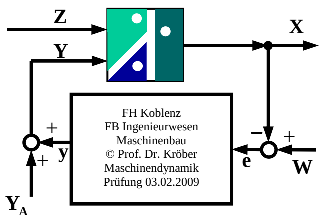
Lösungen Maschinendynamik 03.02.09 Blatt 1

zu 1) $$\frac{c_1+c_2}{m_1} = \frac{264000+168000}{1200}\,s^{-2} = 360\,s^{-2}$$

$$\frac{c_1 e_1^2 + c_2 e_2^2}{J_S} = \frac{264000\cdot 1{,}4^2 + 168000\cdot 2{,}2^2}{1600}\,s^{-2} = 831{,}6\,s^{-2}$$

$$\frac{c_1 c_2 (e_1+e_2)^2}{m J_S} = \frac{264000\cdot 168000\,(1{,}4+2{,}2)^2}{1200\cdot 1600}\,s^{-4} = 299376\,s^{-4}$$

$$\omega_{0_{1,2}}^2 = \Big[\underbrace{\tfrac{1}{2}(360+831{,}6)}_{595{,}8} \pm \underbrace{\sqrt{\tfrac{1}{4}(360+831{,}6)^2 - 299376}}_{235{,}8}\Big]\,s^{-2}$$



$$\underline{\underline{f_{01}}} = \frac{1}{2\pi}\,\omega_{01} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{595{,}8+235{,}8}\ \text{Hz} = \underline{\underline{4{,}590\ \text{Hz}}}$$

$$\underline{\underline{f_{02}}} = \ \dots\ = \frac{1}{2\pi}\sqrt{595{,}8-235{,}8}\ \text{Hz} = \underline{\underline{3{,}020\ \text{Hz}}}$$

b) $$c_1 e_1 \overset{?}{=} c_2 e_2 \qquad 264000\cdot 1{,}4\,\frac{N}{m}\cdot m \overset{?}{=} 168000\cdot 2{,}2\,\frac{N}{m}\cdot m$$

$$369600\,N = 369600\,N$$

→ sind entkoppelt

c) $$\underline{\underline{f_0}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{c_1+c_2}{m}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{264000+168000}{1200}}\ \text{Hz} = \underline{\underline{3{,}020\ \text{Hz}}}$$

(wie den f_{02})

zu 2) $$\varphi = \frac{M\cdot l}{G\cdot J_p} \Rightarrow c_t = \frac{M}{\varphi} = \frac{G\cdot J_p}{l} = \frac{G\,\frac{\pi}{32}d^4}{l}$$

$$= \frac{80000\,\frac{\pi}{32}\cdot 40^4}{300}\,\frac{Nmm}{1} = \underline{\underline{67021\,\frac{Nm}{1}}}$$

$$\tfrac{1}{2} J_3\omega_3^2 = \tfrac{1}{2} J_{red}\,\omega_1^2 \qquad v = \omega_1 R_1 = \omega_3 R_2$$

$$J_{red} = J_3\Big(\underbrace{\frac{\omega_3}{\omega_1}}_{1/2}\Big)^2 \qquad \frac{\omega_3}{\omega_1} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{1}{2}$$

$$= 1{,}6\cdot 0{,}5^2\,\text{kgm}^2 = \underline{\underline{0{,}4\,\text{kgm}^2}}$$

$$\underline{\underline{f_0}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{c_t}{J_{red}}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{67021}{0{,}4}}\ \text{Hz} = \underline{\underline{65{,}15\ \text{Hz}}}$$

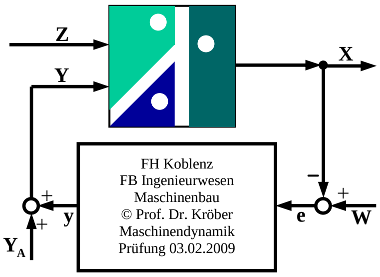
Lösungen Maschinendynamik 03.02.09 Blatt 2

zu 3) $f_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{c}{m}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{10\cdot 10^6}{20}}\,\text{Hz} = 112{,}54\,\text{Hz}$

davon die Hälfte $\rightarrow f = \frac{112{,}54}{2}\,\text{Hz} = \underline{\underline{56{,}27\,\text{Hz}}}$

$\tan\varphi = -\frac{2D\eta}{1-\eta^2} \Rightarrow (1-\eta^2)\cdot\tan\varphi = -2D\eta$

$D = \frac{(\eta^2-1)\tan\varphi}{2\eta}$; $\eta = \frac{f}{f_0} = 1/2$

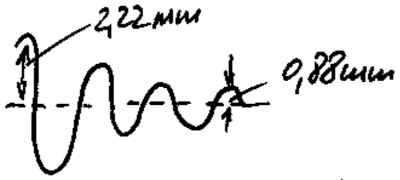


$= \frac{\left[\left(\frac{1}{2}\right)^2-1\right]\tan(-7{,}6°)}{2\cdot\frac{1}{2}}$

$\underline{\underline{= 0{,}1001 \approx 0{,}10}}$

$\underline{\underline{\hat{x}}} = \frac{\hat{F}/c}{\sqrt{(1-\eta^2)^2+(2D\eta)^2}} = \frac{7566/10\cdot 10^6}{\sqrt{\left(1-\left(\frac{1}{2}\right)^2\right)^2+\left(2\cdot 0{,}1\cdot\frac{1}{2}\right)^2}}\,\text{m} \approx \underline{\underline{1{,}00\,\text{mm}}}$

zu 4)



$\underline{\underline{\Lambda}} = \frac{1}{3}\ln\frac{2{,}22\,\text{mm}}{0{,}88\,\text{mm}} = \underline{\underline{0{,}308}}$

$\omega_d \approx \omega_0 \Rightarrow \underline{\underline{D}} = \frac{\Lambda}{2\pi} = \frac{0{,}308}{2\pi} = \underline{\underline{0{,}0491}}$

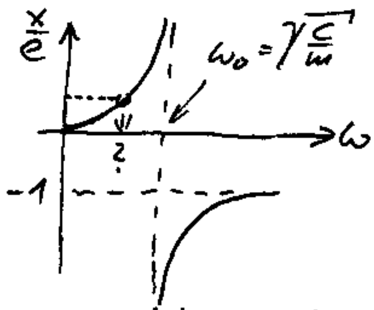
5 Schwingungen etwa 15,8 s $\Rightarrow \underline{\underline{T_d}} = \frac{15{,}8}{5}\,\text{s} = \underline{\underline{3{,}16\,\text{s}}}$

$\Lambda = \delta\cdot T_d \Rightarrow \underline{\underline{\delta}} = \frac{\Lambda}{T_d} = \frac{0{,}308}{3{,}16}\,\text{s}^{-1} = \underline{\underline{0{,}098\,\text{s}^{-1}}}$

zu 5) $cx - mx\omega^2 = me\omega^2$

$x(c-m\omega^2) = me\omega^2$

$\frac{x}{e} = \frac{m\omega^2}{c-m\omega^2} \Rightarrow$



$\frac{x}{e} = \frac{m\omega^2}{c-m\omega^2} = \frac{1}{2}$

→ es gibt nur eine Lösung

$m\omega^2 = \frac{1}{2}(c-m\omega^2) \Rightarrow \ldots \quad \underline{\underline{\omega = \sqrt{\frac{1}{3}\frac{c}{m}}}}$

Lösungen Maschinendynamik 03.02.09 Blatt 3

zu 6) $$\omega_0^2 = \frac{c_D}{J} = \frac{2cl^2}{\frac{1}{12}m(2l)^2} = \frac{2cl^2}{\frac{1}{12}m\,4l^2} = 6\frac{c}{m}$$

$$\underline{\underline{f_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{6\cdot\frac{c}{m}}}}$$

b) $$\frac{1}{12}m(2l)^2\ddot{\varphi} + 2cl^2\varphi = \hat{F}\cdot l\cdot\sin\omega t \quad ; \quad \varphi = \hat{\varphi}\cdot\sin\omega t$$

$$\Downarrow$$

$$\ddot{\varphi} = -\hat{\varphi}\omega^2\sin\omega t$$

eingesetzt:

$$\frac{1}{12}m(2l)^2(-\hat{\varphi}\omega^2\sin\omega t) + 2cl^2\hat{\varphi}\sin\omega t = \hat{F}\cdot l\cdot\sin\omega t$$

$$\sin\omega t\,\underbrace{\left[2cl^2\hat{\varphi} - \frac{1}{3}ml^2\omega^2\hat{\varphi} - \hat{F}l\right]}_{=0} = 0$$

$$\hat{\varphi}\left(2cl^2 - \frac{1}{3}ml^2\omega^2\right) = \hat{F}\cdot l$$

$$\underline{\underline{\hat{\varphi} = \frac{\hat{F}}{\left(2c - \frac{1}{3}m\omega^2\right)l}}}$$

oder: $V_1 = \dfrac{\hat{\varphi}}{\frac{\hat{M}}{c_D}} = \dfrac{1}{1-\eta^2}$ ($D=0$, „ungedämpft" Annahme $\eta<1$)

$M = \hat{F}\cdot l$; $c_D = 2\cdot c\cdot l^2$; $\eta = \dfrac{\omega}{\omega_0} = \dfrac{\omega}{\sqrt{6\frac{c}{m}}}$ → gleiches Ergebnis

zu 7) $m_2(j\omega)^2\underline{X_2} + c_2\underline{X_2} - c_2\underline{X_1} = \underline{F}$; $m_1(j\omega)^2\underline{X_1} + c_2\underline{X_1} - c_2\underline{X_2} + c_1\underline{X_1} = 0$

in Matrizenschreibweise ⟨2 Gleichungen mit 2 Unbekannten⟩:

$$\begin{pmatrix} c_1+c_2+m_1(j\omega)^2 & -c_2 \\ -c_2 & c_2+m_2(j\omega)^2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix}\underline{X_1}\\ \underline{X_2}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\ \underline{F}\end{pmatrix}$$

$$\underline{X_2} = \frac{\begin{vmatrix} c_1+c_2+m_1(j\omega)^2 & 0 \\ -c_2 & \underline{F}\end{vmatrix}}{(c_1+c_2+m_1(j\omega)^2)(c_2+m_2(j\omega)^2)-c_2^2} = \frac{[c_1+c_2+m_1(j\omega)^2]\,\underline{F}}{\ldots}$$

Betrag und $(j\omega)^2 = -\omega^2$:

$$\underline{\underline{\frac{\hat{X}_2}{\hat{F}} = \frac{c_1+c_2-m_1\omega^2}{(c_1+c_2-m_1\omega^2)(c_2-m_2\omega^2)-c_2^2}}}$$

Lösungen Maschinendynamik 03.02.09 Blatt 4

FH Koblenz
FB Ingenieurwesen
Maschinenbau
© Prof. Dr. Kröber
Maschinendynamik
Prüfung 03.02.2009

zu 7, b) Zähler gleich Null $\quad c_1 + c_2 - m_1\omega^2 = 0$

$$\underline{\underline{\omega = \sqrt{\frac{c_1 + c_2}{m_1}}}}$$

zu 8) 200 Hz: $L_{p1} = 20 \cdot \lg \frac{0{,}8/\sqrt{2}}{20 \cdot 10^{-6}}\,\text{dB} = 89{,}031\,\text{dB}$

500 Hz: $L_{p2} = 20 \cdot \lg \frac{0{,}7/\sqrt{2}}{20 \cdot 10^{-6}}\,\text{dB} = 87{,}871\,\text{dB}$

1000 Hz: $L_{p3} = \ldots \quad \frac{0{,}6\ldots}{\ldots} \quad = 86{,}532\,\text{dB}$

$$\underline{\underline{L_p}} = 10 \cdot \lg\left[10^{8{,}9031} + 10^{8{,}7871} + 10^{8{,}6532}\right]\text{dB} = 92{,}701\,\text{dB} \approx \underline{\underline{92{,}7\,\text{dB}}}$$

b) 200 Hz: $89{,}031 - 10{,}9 = 78{,}131\,\text{dB(A)}$

500 Hz: $87{,}871 - 3{,}2 = 84{,}671\,\text{dB(A)}$

1000 Hz: $\qquad - 0 \; = 86{,}532\,\text{dB(A)}$

$$\underline{\underline{L_p}} = 10 \cdot \lg\left[10^{7{,}8131} + 10^{8{,}4671} + 10^{8{,}6532}\right]\text{dB(A)} = 89{,}075\,\text{dB(A)} \approx \underline{\underline{89{,}1\,\text{dB(A)}}}$$

c) $10^{0{,}1 \cdot L_m} \cdot T_m = 10^{0{,}1 L_i} \cdot T_i$

$$\underline{\underline{T_i}} = T_m \cdot 10^{0{,}1(L_m - L_i)} = 8\,h \cdot 10^{0{,}1(85 - 89{,}075)} \underline{\underline{= 3{,}13\,h}}$$

zu 9) $\bar{L}_p = 10 \cdot \lg\left[10^{5{,}2} + 10^{5{,}46} + 10^{5{,}32} + 10^{5{,}21} + 10^{5{,}52}\right] - 10 \cdot \lg 5$

$$= 53{,}614\,\text{dB(A)} \approx \underline{\underline{53{,}6\,\text{dB(A)}}}$$

$$\underline{\underline{L_S}} = 10 \cdot \lg \frac{S}{S_0} = 10 \cdot \lg \frac{24\,\text{m}^2}{1\,\text{m}^2} = 13{,}802\,\text{dB} \approx \underline{\underline{13{,}8\,\text{dB}}}$$

wobei: $S = (4 \cdot 2{,}5 \cdot 2 + 2^2)\,\text{m}^2 = 24\,\text{m}^2$

$$\underline{\underline{L_W}} = \bar{L}_p + L_S = (53{,}6 + 13{,}8)\,\text{dB(A)} = \underline{\underline{67{,}4\,\text{dB(A)}}}$$

Zusatz: mit exakter Formel

$$L_W = 10 \cdot \lg\left[\frac{1}{S_0} \sum S_i \cdot 10^{0{,}1 L_{Ai}}\right]$$

$$= 10 \cdot \lg\left[\frac{1}{1}\left(5 \cdot 10^{5{,}2} + 5 \cdot 10^{5{,}46} + 5 \cdot 10^{5{,}32} + 5 \cdot 10^{5{,}21} + 4 \cdot 10^{5{,}52}\right)\right]\text{dB(A)}$$

$$= 67{,}336\,\text{dB(A)} \approx \underline{\underline{67{,}3\,\text{dB(A)}}}$$