Fachhochschule Koblenz Blatt 1 von 3
Fachbereich Ingenieurwesen
Fachrichtung Maschinenbau

Name ______________________________

Matr.-Nr. ________________________

Maschinendynamik WS 06/07
Prof. Dr. W. Kröber

Aufgabe	erreichte Punkte
1	
2	
3	
4	
5	
6	
Summe	

Zur Bewertung der Aufgaben muss der gesamte Lösungsweg ersichtlich sein.

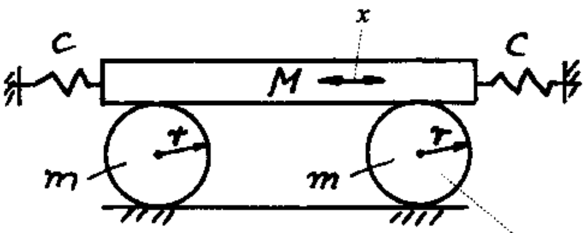
- Bearbeitungszeit : 90 min
- Erlaubte Hilfsmittel :
  - Schreib- und Zeichengerät
  - Taschenrechner
  - Formelsammlung (11 Blätter)
  - aus der Technischen Mechanik:
    - Flächen- und Widerstandsmomente für die Biegung
    - Durchbiegungen und Neigungswinkel
    - Massenträgheitsmomente homogener Körper

Note : ______________________________

Aufgabe 1 (20P)

Bestimmen Sie die Eigenfrequenzen der beiden abgebildeten Systeme für kleine Auslenkungen um die statische Ruhelage!

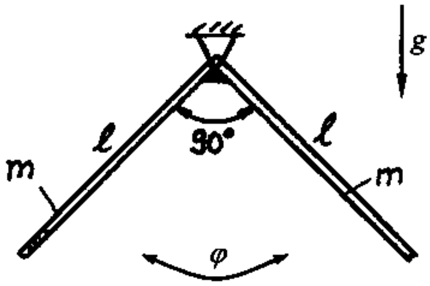
"Masse auf 2 Rollen"



kein Rutschen, Hebelarm der Rollreibung sei gleich Null

$$J_S = \frac{1}{2} m r^2$$

"2 dünne Stäbe"



Ziel: $f_0 = \frac{1}{2\cdot\pi}\cdot\sqrt{\frac{\ldots\cdot c}{M+\ldots\cdot m}}$

Ziel: $f_0 = \frac{1}{2\cdot\pi}\cdot\sqrt{\ldots\cdot\frac{g}{l}}$

Hinweis zum linken Aufgabenteil: Die kinetische Energie für ein ebenes Problem lässt sich formulieren als $E_{kin} = E_{kin\ trans} + E_{kin\ rot} = \frac{m}{2} v_S^{\,2} + \frac{J_S}{2}\omega^2$ (v_S ist die Geschwindigkeit des Schwerpunktes).

Aufgabe 2 (13P)

Ein Einmassenschwinger hat zum Zeitpunkt t=0 eine Auslenkung von y_0=3mm. Die Anfangsgeschwindigkeit sei v_0 (ist positiv) und ist zunächst nicht bekannt. Nach t=0,4 s erreicht der Einmassenschwinger seine Maximalauslenkung von $\hat{y}$=6mm.

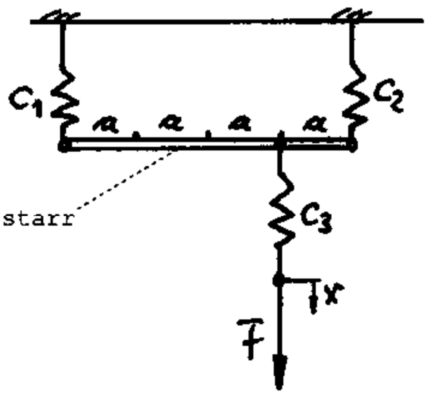
a. Wie groß ist die Anfangsgeschwindigkeit v_0?

b. Wann erreicht die Auslenkung zum ersten Mal den Wert Null?

Aufgabe 3 (13P)

Bestimmen Sie die Steifigkeit c der abgebildeten Aufhängung?

$$c = \frac{\Delta F}{\Delta x} = \frac{F}{x} = f(c_1, c_2, c_3) = ?$$



Aufgabe 4 (18P)

Mit einer Vibrationsramme sollen Pfähle in den Boden eingerammt werden. Im schwingungstechnischen Sinne kann das System wie ein Einmassenschwinger mit Unwuchterregung aufgefasst werden. Zur folgenden Abschätzung wird die Dämpfung vernachlässigt. In dem zu untersuchenden Arbeitspunkt beträgt die Schwingamplitude 2mm (überkritischer Betrieb). Dabei ist die Erregerdrehzahl 1450 1/min. In dem Arbeitspunkt ergibt die Vergrößerungsfunktion einen Wert von $V_3 = 2$. Die schwingende Masse sei m=200kg.

a. Wie groß ist die Eigenfrequenz f_0 des Schwingungssystems?

b. Wie groß ist die installierte Unwucht?

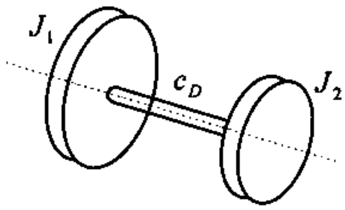
c. Wie groß ist die Fliehkraft?

d. Wie groß ist die (dynamische) Kraft auf die Umgebung?

Aufgabe 5 (20P)

Bei den beiden Massenträgheitsmomenten handelt es sich um homogene Scheiben, jeweils mit der Breite b=40mm. Die größere Scheibe hat einen Durchmesser von D=200mm, die kleinere Scheibe einen Durchmesser von d=160mm. Die Länge der Welle beträgt 400mm. Die Massenwirkung der Welle kann vernachlässigt werden.

Weiter sind gegeben: $G = 80000 N/mm^2$; $\rho = 7850 kg/m^3$



a. Wie groß muss der Durchmesser der Welle mindestens sein, damit die Eigenfrequenz nicht unter f_0=70 Hz liegt?

b. Wo liegt der Schwingungsknoten?

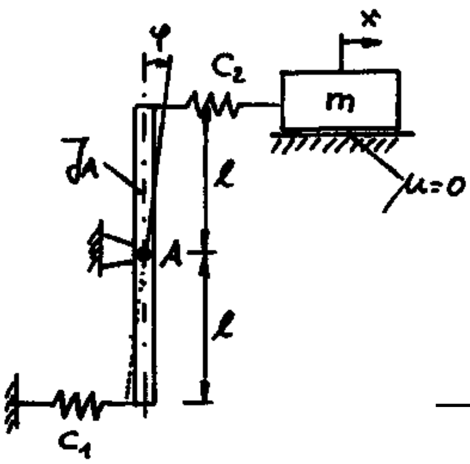
Hilfestellung:

$$I_P = \frac{\pi \cdot d^4}{32}$$

Aufgabe 6 (16P)

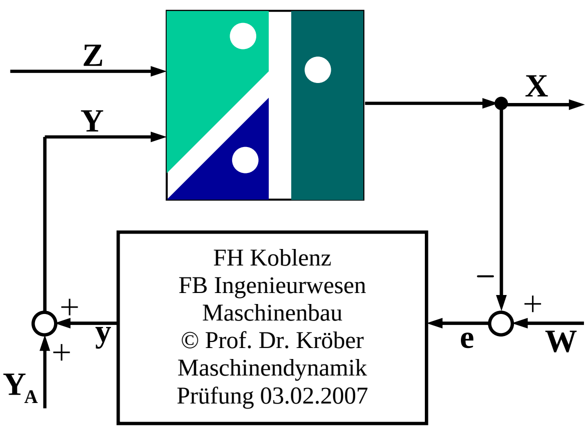
Das abgebildete System hat zwei Freiheitsgrade. Weisen Sie nach, dass das Schwingungsverhalten durch das angegebene Differentialgleichungssystem beschrieben werden kann! Die fehlenden Terme sind zu ergänzen!

Annahme: $|\varphi| << 1$



? ? ? ?

$$\begin{pmatrix} J_A & 0 \\ 0 & m \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \ddot{\varphi} \\ \ddot{x} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \varphi \\ x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$



Prüfung Maschinendynamik vom 3.2.07 / Blatt 1

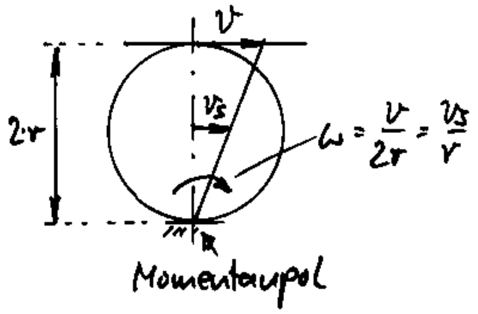
zu 1,a) $E_{kin} = \frac{M}{2}v^2 + 2\left[\frac{m}{2}v_s^2 + \frac{J_s}{2}\omega^2\right]; \quad v_s = \frac{v}{2}; \quad \omega = \frac{v}{2\cdot r}$

$$= \frac{M}{2}v^2 + 2\left[\frac{m}{2}\left(\frac{v}{2}\right)^2 + \frac{\frac{1}{2}m\cancel{r^2}}{2}\cdot\left(\frac{v}{2\cancel{r}}\right)^2\right]$$

$$= \frac{M}{2}v^2 + \frac{1}{4}mv^2 + \frac{1}{8}mv^2$$

$$= \frac{M}{2}v^2 + \frac{3}{8}mv^2$$

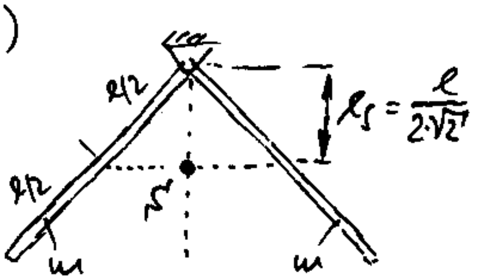
$$= \frac{1}{2}\underbrace{\left[M + \frac{3}{4}m\right]}_{m_{red}}v^2$$



$c_{ges} = c_{red} = 2\cdot c$ (Parallelschaltung)

$$\underline{\underline{f_0}} = \frac{1}{2\cdot\pi}\sqrt{\frac{c_{red}}{m_{red}}} = \underline{\underline{\frac{1}{2\cdot\pi}\sqrt{\frac{2\cdot c}{M + \frac{3}{4}m}}}}$$

zu 1,b)

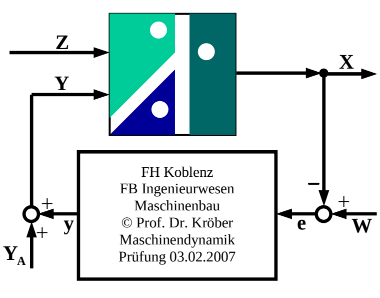


$J_{0ges} = 2\left(\frac{1}{3}ml^2\right)$

$m_{ges} = 2\cdot m$

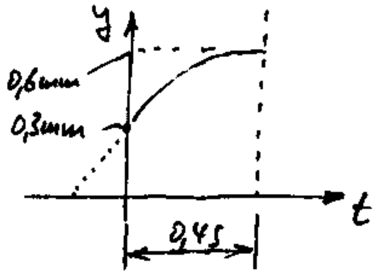
$$\omega_0^2 = \frac{m_{ges}\cdot g\cdot l_s}{J_{0ges}} = \frac{\cancel{2}\cdot\cancel{m}\cdot g\cdot\frac{l}{2\sqrt{2}}}{\frac{2}{3}\cancel{m}\,l^2} = \underbrace{\frac{3}{2\sqrt{2}}}_{\frac{3}{4}\cdot\sqrt{2}}\cdot\frac{g}{l}$$

$$\underline{\underline{f_0}} = \frac{1}{2\pi}\omega_0 = \underline{\underline{\frac{1}{2\cdot\pi}\sqrt{\frac{3}{4}\sqrt{2}\cdot\frac{g}{l}}}}$$



Prüfung Maschinendynamik vom 3.2.07 / Blatt 2

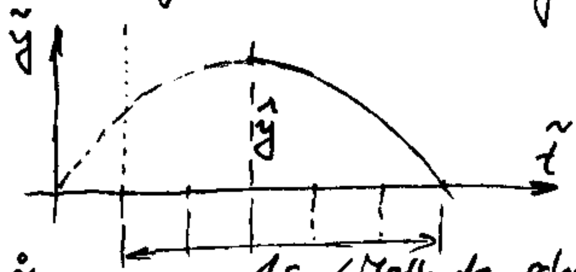
zu 2)



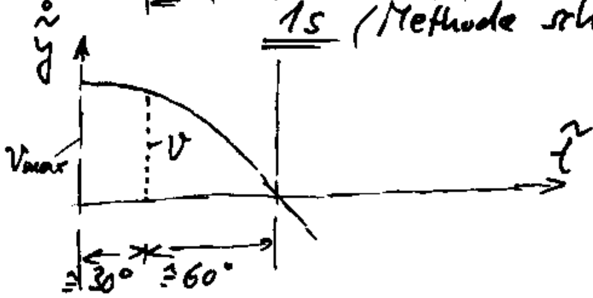
$$\frac{0{,}3\,mm}{0{,}6\,mm} = \frac{1}{2} = \sin 30°$$

also entsprechen 0,4s $\hat{=}$ 60°

also erfolgt eine „Umzeichnung" in folgendes gleichwertige Problem:



$\underline{\underline{1s}}$ (Methode scharfes Hinsehen), Bem.: Halbperiode 1,2s



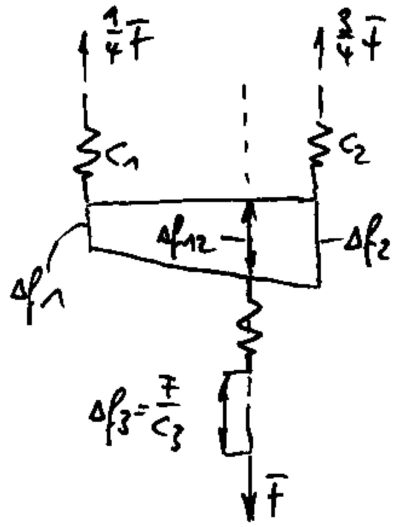
$$v_{max} = \omega \cdot \hat{y} = \frac{2\pi}{T} \cdot \hat{y}$$

$$= \frac{2 \cdot \pi}{2 \cdot 1{,}2s} \cdot 6mm = 15{,}708 \frac{mm}{s}$$

$$v = v_{max} \cdot \cos 30°$$

$$\underline{\underline{=}}\ 15{,}708 \frac{mm}{s} \cdot \cos 30° = \underline{\underline{13{,}60 \frac{mm}{s}}}$$

zu 3)



$$\Delta f_1 = \frac{\frac{1}{4}F}{c_1} \ ; \ \Delta f_2 = \frac{\frac{3}{4}F}{c_2}$$

$$\Delta f_{12} = \frac{1}{4}\Delta f_1 + \frac{3}{4}\Delta f_2 = \frac{1}{4}\,\frac{\frac{1}{4}F}{c_1} + \frac{3}{4}\,\frac{\frac{3}{4}F}{c_2} = \frac{F}{16c_1} + \frac{9F}{16c_2}$$

$$\Delta f_{ges} = \Delta f_{12} + \Delta f_3 = \frac{F}{16c_1} + \frac{9 \cdot F}{16c_2} + \frac{F}{c_3} \overset{!}{=} \frac{F}{c_{ges}}$$

also:

$$\underline{\underline{\frac{1}{c_{ges}} = \frac{1}{16c_1} + \frac{9}{16c_2} + \frac{1}{c_3}}}$$

FH Koblenz
FB Ingenieurwesen
Maschinenbau
© Prof. Dr. Kröber
Maschinendynamik
Prüfung 03.02.2007

Prüfung Maschinendynamik vom 3.2.07 / Blatt 3

zu 4,a) $V_3 = \frac{\eta^2}{\eta^2-1} \Rightarrow \eta^2 = \frac{V_3}{V_3-1} = \frac{2}{2-1} = 2 \Rightarrow \eta = \sqrt{2} = f/f_0$

$$\underline{\underline{f_0}} = \frac{f}{\sqrt{2}} = \frac{\frac{1450}{60}\,Hz}{\sqrt{2}} = \underline{\underline{17{,}088\,Hz}}$$

b) $\underline{\underline{V_3}} = \frac{\hat{x}}{\frac{\Delta m \cdot e}{m}} \Rightarrow \Delta m \cdot e = \frac{\hat{x}\cdot m}{V_3} = \frac{0{,}002\cdot 200}{2}\,kgm = \underline{\underline{0{,}2\,kgm}}$

c) $\underline{\underline{\hat{F}}} = \Delta m\, e\, \omega^2 = \Delta m \cdot e \left(\frac{\pi \cdot n}{30}\right)^2 = 0{,}2\left(\frac{\pi \cdot 1450}{30}\right)^2 N = \underline{\underline{4611{,}3\,N}}$

d) $V_2 = \frac{\hat{F}_u}{\hat{F}} = \frac{1}{\eta^2-1} \quad (\eta > 1)$

$$\underline{\underline{\hat{F}_u}} = \frac{\hat{F}}{\eta^2-1} = \frac{\hat{F}}{\sqrt{2}^2-1} = \hat{F} = \underline{\underline{4611{,}3\,N}}$$

$\eta = \sqrt{2}$

zu 5,a) $m_1 = d_1^2 \frac{\pi}{4} \cdot b \cdot \rho = 0{,}2^2 \frac{\pi}{4} \cdot 0{,}04 \cdot 7850\,kg = 9{,}865\,kg$

$$J_1 = \frac{1}{2} m_1 r_1^2 = \frac{1}{2}\, 9{,}865 \cdot 0{,}1^2\,kgm^2 = 49{,}32 \cdot 10^{-3}\,kgm^2$$

$$J_2 = J_1 \left(\frac{160}{200}\right)^4 = \ldots = 20{,}20 \cdot 10^{-3}\,kgm^2$$

$$J_{res} = \frac{J_1 \cdot J_2}{J_1 + J_2} = \ldots = 14{,}33 \cdot 10^{-3}\,kgm^2$$

$$\omega_0^2 = \frac{c_D}{J_{res}} \Rightarrow c_D = \omega_0^2 \cdot J_{res} = (2\cdot\pi\cdot 70)^2 \cdot 14{,}33 \cdot 10^{-3}\,\frac{Nm}{1}$$

$$= 2772{,}5\,\frac{Nm}{1}$$

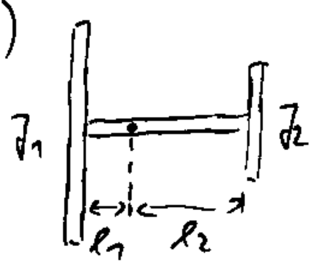
$$c_D = \frac{G\, I_p}{l} = \frac{G\, \frac{\pi}{32} d^4}{l}$$

$$\underline{\underline{d}} = \sqrt[4]{\frac{32 \cdot c_D \cdot l}{\pi \cdot G}} = \sqrt[4]{\frac{32 \cdot 2772{,}5 \cdot 0{,}4}{\pi \cdot 80000 \cdot 10^6}}\,m = \underline{\underline{19{,}39\,mm}}$$

(Mindestwert)

Prüfung Maschinendynamik vom 3.2.07 / Blatt 4

zu 5, b)



$$\omega_{0\,links}^2 = \omega_{0\,rechts}^2$$

$$\frac{c_{D\,links}}{J_1} = \frac{c_{D\,rechts}}{J_2}$$

$$\frac{\cancel{G J_p}}{J_1 \cdot l_1} = \frac{\cancel{G J_p}}{J_2 \cdot l_2} \Rightarrow l_1 = \frac{J_2 \cdot l_2}{J_1}$$

ferner: $l = l_1 + l_2$

$$= \frac{J_2 l_2}{J_1} + l_2 = \left(\frac{J_2}{J_1} + 1\right) l_2 \Rightarrow l_2 = \frac{l}{1 + \frac{J_2}{J_1}} = \frac{400\,mm}{1 + \left(\frac{160}{200}\right)^4}$$

$$= \underline{\underline{283{,}8\,mm}}$$

oder $\underline{\underline{l_1}} = l - l_2 = \ldots = \underline{\underline{116{,}2\,mm}}$

zu 6) $J_A \cdot \ddot{\varphi} = -c_1 \cdot \underbrace{\varphi \cdot l} \cdot l - c_2 (\underbrace{\varphi \cdot l} - x) l$ (Kleine Auslenkungen)

translatorische Wege für Federn$_{1,2}$

$$\underline{\underline{J_A \ddot{\varphi} + c_1 l^2 \varphi + c_2 l^2 \varphi - c_2 l x = 0}}$$

$$m \ddot{x} = -c_2 (x - \underbrace{\varphi \cdot l})$$

$$\underline{\underline{m \ddot{x} + c_2 x - c_2 l \varphi = 0}}$$

in Matrizenschreibweise:

$$\begin{pmatrix} J_A & 0 \\ 0 & m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{\varphi} \\ \ddot{x} \end{pmatrix} + \underline{\underline{\begin{pmatrix} (c_1 + c_2) l^2 & -c_2 l \\ -c_2 l & c_2 \end{pmatrix}}} \begin{pmatrix} \varphi \\ x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$