



## Versuch 3: Wärmeaustauscher

### 1. Versuchsaufbau

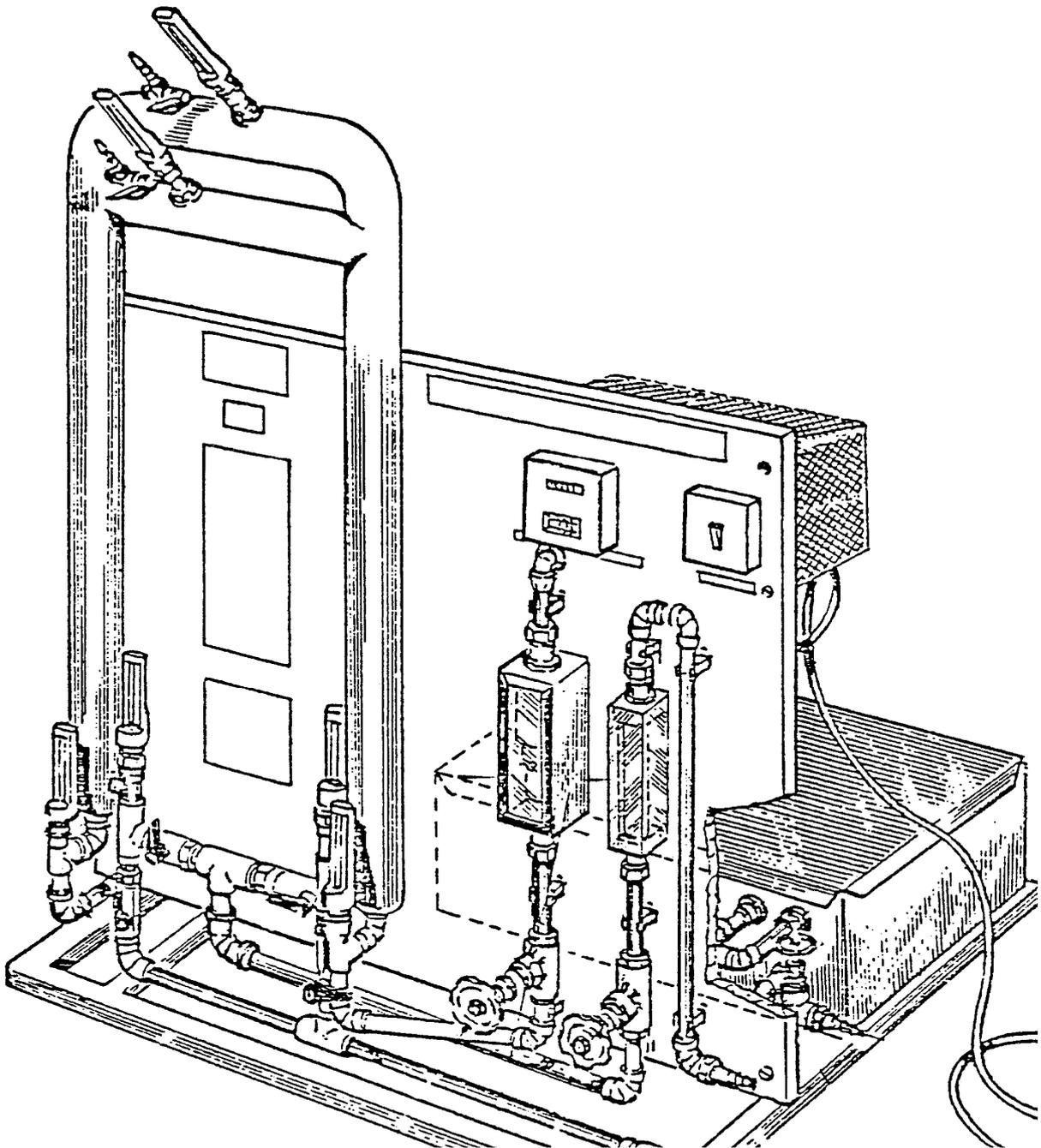
#### 1.1. Umfang des Versuches

Im Versuch werden folgende Themenkreise behandelt:

- Gleichstrom
- Gegenstrom
- Wärmedurchgangszahl  $k$

#### 1.2. Versuchsaufbau

Der Lageplan des Versuchsaufbaus ist in den nachfolgenden beiden Bildern dargestellt.



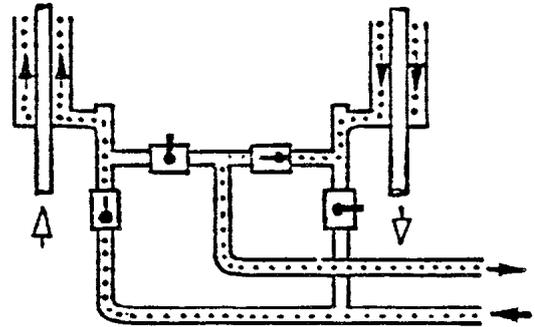


An den Absperrventilen kann der Wärmetauscher wahlweise im Gleich- oder Gegenstrom betrieben werden. Der Durchfluss des jeweiligen Kreislaufes wird mittels Schwebekörperverfahren bestimmt und kann an einem Potentiometer eingestellt werden.

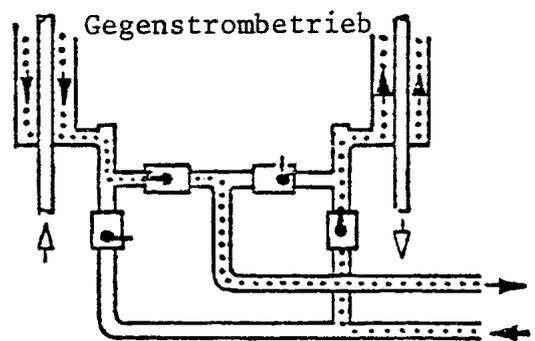
Technische Daten des Versuchsstandes:

Rohrdurchmesser innen: 15 mm (Wandstärke 0,7 mm)  
 Rohrdurchmesser außen: 22 mm (Wandstärke 0,9 mm)  
 Isolationswandstärke: 20 mm  
 wirksame Rohrlänge: 1,5 m  
 Fläche Wärmeübertragung: 0,067 m<sup>2</sup>

Wahlventile eingestellt auf:-  
 Gleichstrombetrieb

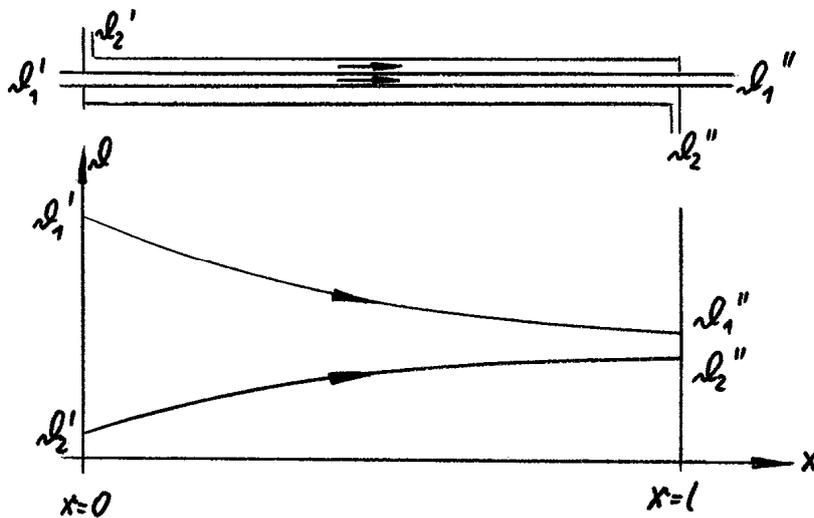


Gegenstrombetrieb



### 1.3. Theoretische Grundlagen

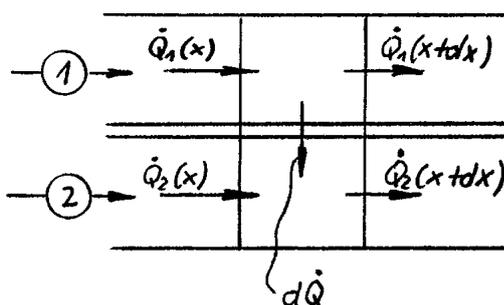
#### 1.3.1. Parallelströmung/Gleichstrom



Bezeichnungen:

- ' : Eintritt
- '' : Austritt

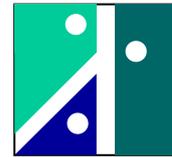
Energiebilanz und Wärmedurchgang an einem Teilsegment der Länge dx:



$$d\dot{Q} = -\dot{m}_1 c_1 d\vartheta_1 \quad \rightarrow \quad d\vartheta_1 = \frac{-d\dot{Q}}{\dot{m}_1 c_1}$$

$$d\dot{Q} = \dot{m}_2 c_2 d\vartheta_2 \quad \rightarrow \quad d\vartheta_2 = \frac{d\dot{Q}}{\dot{m}_2 c_2}$$

$$d\dot{Q} = k \cdot (\vartheta_1 - \vartheta_2) \cdot U \cdot dx$$



**Ermittlung der Gleichungen (1) und (2) aufgrund einer Wärmebilanz (Energiesatz):**

$$-\dot{m}_1 c_1 d\vartheta_1 = \dot{m}_2 c_2 d\vartheta_2 \quad (= d\dot{Q})$$

Integration bis an die Stelle x:

$$-\dot{m}_1 c_1 (\vartheta_1(x) - \vartheta_1') = \dot{m}_2 c_2 (\vartheta_2(x) - \vartheta_2')$$

Über die gesamte Länge l des Wärmetauschers ergibt sich:

$$-\dot{m}_1 c_1 (\vartheta_1'' - \vartheta_1') = \dot{m}_2 c_2 (\vartheta_2'' - \vartheta_2') = \dot{Q}$$

und damit:

$$\dot{Q} = \dot{m}_1 c_1 (\vartheta_1' - \vartheta_1'') \quad \text{Gleichung (1 Gleichlauf)}$$

$$\dot{Q} = \dot{m}_2 c_2 (\vartheta_2'' - \vartheta_2') \quad \text{Gleichung (2 Gleichlauf)}$$

**Ermittlung der Gleichung (3) aufgrund des Wärmedurchganges:**

Bildung von:

$$d\vartheta_1 - d\vartheta_2 = -\frac{d\dot{Q}}{\dot{m}_1 c_1} - \frac{d\dot{Q}}{\dot{m}_2 c_2} = -\left(\frac{1}{\dot{m}_1 c_1} + \frac{1}{\dot{m}_2 c_2}\right) \cdot k \cdot (\vartheta_1 - \vartheta_2) \cdot U \cdot dx$$

$$\frac{d(\vartheta_1 - \vartheta_2)}{(\vartheta_1 - \vartheta_2)} = -\left(\frac{1}{\dot{m}_1 c_1} + \frac{1}{\dot{m}_2 c_2}\right) \cdot k \cdot U \cdot dx$$

Integration bis an Stelle x:

$$\ln \frac{\vartheta_1(x) - \vartheta_2(x)}{\vartheta_1' - \vartheta_2'} = -\left(\frac{1}{\dot{m}_1 c_1} + \frac{1}{\dot{m}_2 c_2}\right) \cdot k \cdot U \cdot x$$

Über die Gesamtlänge l des Wärmetauschers ergibt sich:

$$\ln \frac{\vartheta_1'' - \vartheta_2''}{\vartheta_1' - \vartheta_2'} = -\left(\frac{1}{\dot{m}_1 c_1} + \frac{1}{\dot{m}_2 c_2}\right) \cdot k \cdot U \cdot l \quad \text{wobei: } A = U \cdot l$$

also:

$$\ln \frac{\vartheta_1'' - \vartheta_2''}{\vartheta_1' - \vartheta_2'} = -\left(\frac{1}{\dot{m}_1 c_1} + \frac{1}{\dot{m}_2 c_2}\right) \cdot k \cdot A$$

Um die ausgetauschte Wärmeleistung im Endergebnis einzubeziehen wird folgende Umformung durchgeführt:

Mit Einsetzen von  $\frac{1}{\dot{m}_1 c_1} = \frac{\vartheta_1' - \vartheta_1''}{\dot{Q}}$  sowie  $\frac{1}{\dot{m}_2 c_2} = \frac{\vartheta_2'' - \vartheta_2'}{\dot{Q}}$  folgt

$$\ln \frac{\vartheta_1'' - \vartheta_2''}{\vartheta_1' - \vartheta_2'} = -\left(\frac{\vartheta_1' - \vartheta_1''}{\dot{Q}} + \frac{\vartheta_2'' - \vartheta_2'}{\dot{Q}}\right) \cdot k \cdot A$$

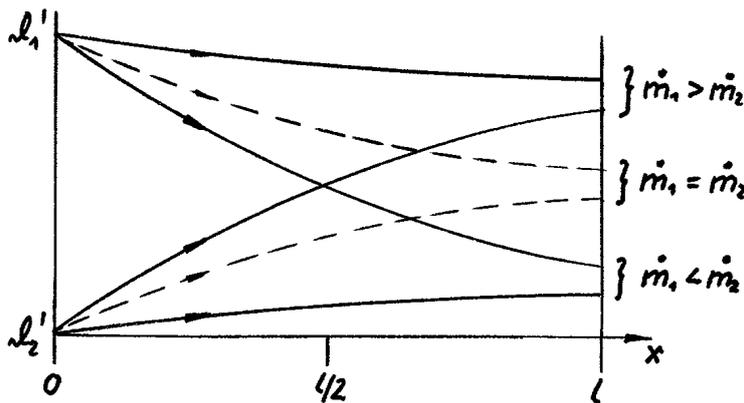
$$\ln \frac{\vartheta_1' - \vartheta_2'}{\vartheta_1'' - \vartheta_2''} = \left[(\vartheta_1' - \vartheta_2') - (\vartheta_1'' - \vartheta_2'')\right] \frac{k \cdot A}{\dot{Q}}$$



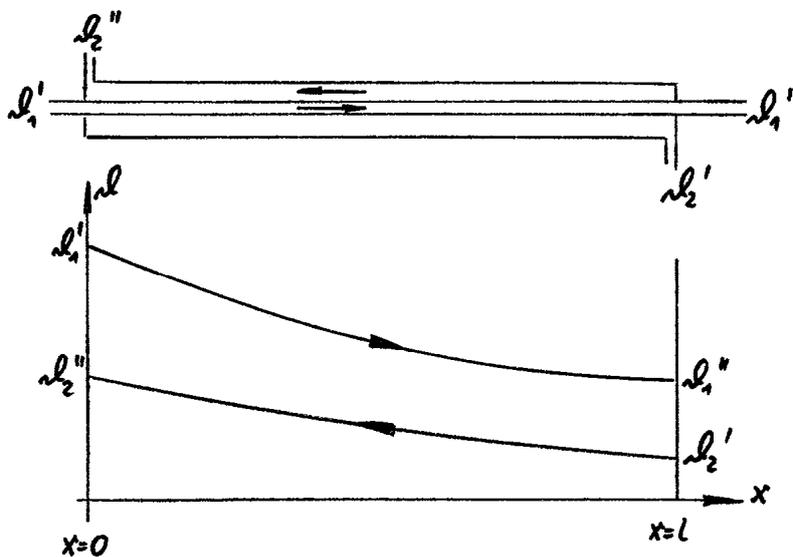
Mit  $\Delta \vartheta_{ein} = \vartheta_1' - \vartheta_2'$  und  $\Delta \vartheta_{aus} = \vartheta_1'' - \vartheta_2''$  ergibt sich schließlich:

$$\dot{Q} = k \cdot A \cdot \frac{\Delta \vartheta_{ein} - \Delta \vartheta_{aus}}{\ln \frac{\Delta \vartheta_{ein}}{\Delta \vartheta_{aus}}} \quad \text{Gleichung (3 Gleichlauf)}$$

Diskussion der Kurvenverläufe:



### 1.3.2. Gegenströmung/Gegenstrom

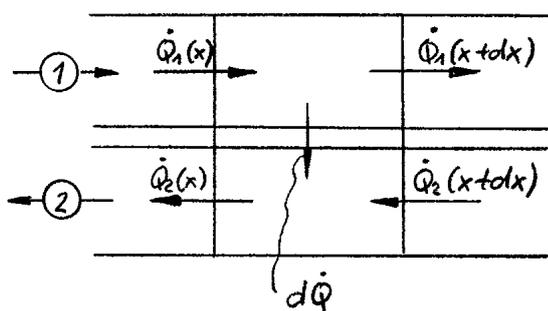


Bezeichnungen:

' : Eintritt

'' : Austritt

Energiebilanz und Wärmedurchgang an einem Teilsegment der Länge dx:



$$d\dot{Q} = -\dot{m}_1 c_1 d\vartheta_1$$

$$\rightarrow d\vartheta_1 = \frac{-d\dot{Q}}{\dot{m}_1 c_1}$$

$$d\dot{Q} = -\dot{m}_2 c_2 d\vartheta_2$$

$$\rightarrow d\vartheta_2 = -\frac{d\dot{Q}}{\dot{m}_2 c_2}$$

$$d\dot{Q} = k \cdot (\vartheta_1 - \vartheta_2) \cdot U \cdot dx$$



**Ermittlung der Gleichungen (1) und (2) aufgrund einer Wärmebilanz (Energiesatz):**

$$-\dot{m}_1 c_1 d\vartheta_1 = -\dot{m}_2 c_2 d\vartheta_2 \quad (= d\dot{Q})$$

Integration bis an die Stelle x:

$$-\dot{m}_1 c_1 (\vartheta_1(x) - \vartheta_1') = -\dot{m}_2 c_2 (\vartheta_2(x) - \vartheta_2'')$$

Über die gesamte Länge l des Wärmetauschers ergibt sich:

$$-\dot{m}_1 c_1 (\vartheta_1'' - \vartheta_1') = -\dot{m}_2 c_2 (\vartheta_2' - \vartheta_2'') = \dot{Q}$$

und damit:

$$\dot{Q} = \dot{m}_1 c_1 (\vartheta_1' - \vartheta_1'') \quad \text{Gleichung (1}_{\text{Gegenlauf}})$$

$$\dot{Q} = \dot{m}_2 c_2 (\vartheta_2'' - \vartheta_2') \quad \text{Gleichung (2}_{\text{Gegenlauf}})$$

**Ermittlung der Gleichung (3) aufgrund des Wärmedurchganges:**

Bildung von:

$$d\vartheta_1 - d\vartheta_2 = -\frac{d\dot{Q}}{\dot{m}_1 c_1} + \frac{d\dot{Q}}{\dot{m}_2 c_2} = -\left(\frac{1}{\dot{m}_1 c_1} - \frac{1}{\dot{m}_2 c_2}\right) \cdot k \cdot (\vartheta_1 - \vartheta_2) \cdot U \cdot dx$$

$$\frac{d(\vartheta_1 - \vartheta_2)}{(\vartheta_1 - \vartheta_2)} = -\left(\frac{1}{\dot{m}_1 c_1} - \frac{1}{\dot{m}_2 c_2}\right) \cdot k \cdot U \cdot dx$$

Integration bis an Stelle x:

$$\ln \frac{\vartheta_1(x) - \vartheta_2(x)}{\vartheta_1' - \vartheta_2''} = -\left(\frac{1}{\dot{m}_1 c_1} - \frac{1}{\dot{m}_2 c_2}\right) \cdot k \cdot U \cdot x$$

Über die Gesamtlänge l des Wärmetauschers ergibt sich:

$$\ln \frac{\vartheta_1'' - \vartheta_2'}{\vartheta_1' - \vartheta_2''} = -\left(\frac{1}{\dot{m}_1 c_1} - \frac{1}{\dot{m}_2 c_2}\right) \cdot k \cdot U \cdot l \quad \text{wobei: } A = U \cdot l$$

also:

$$\ln \frac{\vartheta_1'' - \vartheta_2'}{\vartheta_1' - \vartheta_2''} = -\left(\frac{1}{\dot{m}_1 c_1} - \frac{1}{\dot{m}_2 c_2}\right) \cdot k \cdot A$$

Um die ausgetauschte Wärmeleistung im Endergebnis einzubeziehen wird folgende Umformung durchgeführt:

Mit Einsetzen von  $\frac{1}{\dot{m}_1 c_1} = \frac{\vartheta_1' - \vartheta_1''}{\dot{Q}}$  sowie  $\frac{1}{\dot{m}_2 c_2} = \frac{\vartheta_2'' - \vartheta_2'}{\dot{Q}}$  folgt

$$\ln \frac{\vartheta_1'' - \vartheta_2'}{\vartheta_1' - \vartheta_2''} = -\left(\frac{\vartheta_1' - \vartheta_1''}{\dot{Q}} - \frac{\vartheta_2'' - \vartheta_2'}{\dot{Q}}\right) \cdot k \cdot A$$

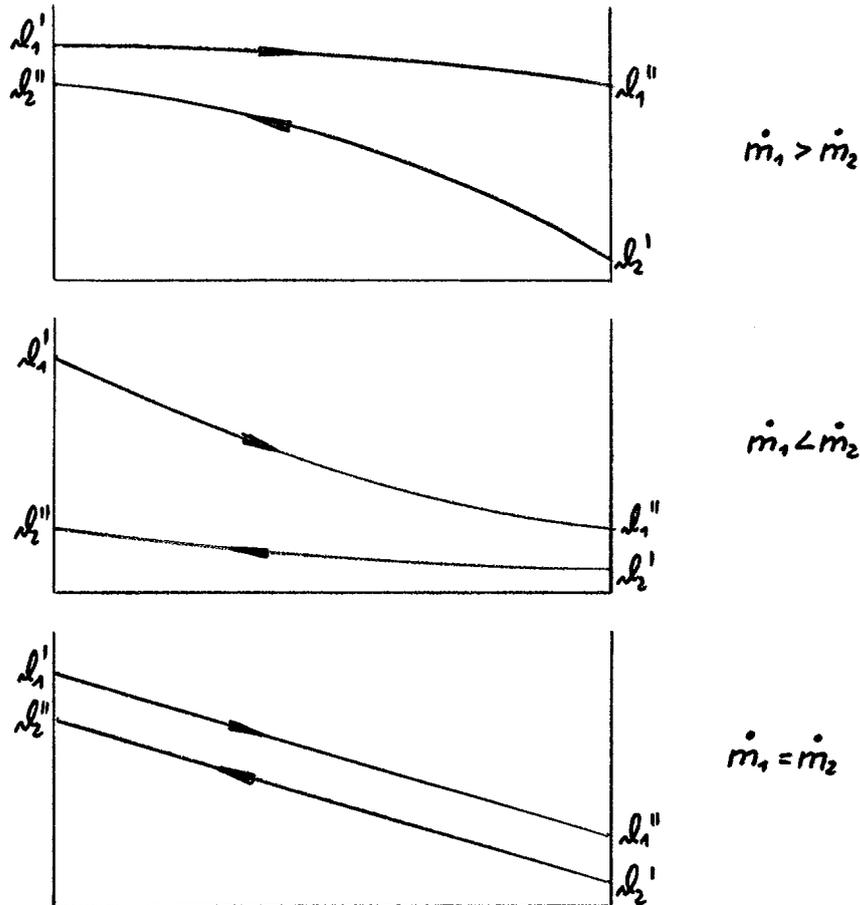
$$\ln \frac{\vartheta_1'' - \vartheta_2'}{\vartheta_1' - \vartheta_2''} = [(\vartheta_1' - \vartheta_2'') - (\vartheta_1'' - \vartheta_2')] \frac{k \cdot A}{\dot{Q}}$$



Mit  $\Delta\vartheta_{ein} = \vartheta_1' - \vartheta_2''$  und  $\Delta\vartheta_{aus} = \vartheta_1'' - \vartheta_2'$  ergibt sich schließlich:

$$\dot{Q} = k \cdot A \cdot \frac{\Delta\vartheta_{ein} - \Delta\vartheta_{aus}}{\ln \frac{\Delta\vartheta_{ein}}{\Delta\vartheta_{aus}}} \quad \text{Gleichung (3Gegenlauf)}$$

Diskussion der Kurvenverläufe:



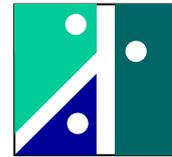
## 2. Versuchsaufgabe und Anleitung zur Durchführung

Es ist eine Wassertemperatur von  $70^\circ\text{C}$  eingestellt. Um einen stationären thermischen Zustand des Vorratsbehälters und des zufließenden Kühlwassers zu erreichen, wird die Anlage ca. 10 Minuten bei mittlerer Durchflussmenge in beiden Kreisläufen betrieben. Durch die installierte Heizung (max. Heizleistung 2 kW) wird diese Temperatur konstant gehalten.

Beim Einstellen eines neuen Arbeitspunktes muss gewartet werden, bis sich ein (quasi)stationärer Betriebszustand eingestellt hat. Dies dauert etwa 30 Sekunden.

Die Anlage wird zunächst im Gleichstrombetrieb gefahren. Dabei wird im warmen und kalten Kreislauf stets der gleiche Durchfluss eingestellt. Die einzustellenden Durchflüsse sind: 0,375; 0,75; 1,5 und 3 Ltr/min.

Registrieren Sie jeweils die Eintrittstemperaturen, mittleren Temperaturen (oben) und die Austrittstemperaturen beider Kreisläufe.



Danach wird die Anlage im Gegenstrom betrieben und das obige Versuchsprogramm wird wiederholt (0,375; 0,75; 1,5 und 3 Ltr/min).

**Bemerkung:**

Bei dem großen Durchfluss wird mehr Wärme ausgetauscht, als von der Heizung zugeführt werden kann. Dazu reicht die installierte Heizleistung von 2 kW nicht aus. Die Anlage kann die vorgegebene Warmwassereintrittstemperatur von 70°C nicht aufrecht halten. Hier kann man nicht warten, bis sich ein stationärer Arbeitspunkt einstellt. Der Zeitpunkt der Messung muss entsprechend "schnell" gewählt werden (z.B. nach ½ Minute).

**Auswertung:**

- Die Messergebnisse sind tabellarisch darzustellen.
- Die Messergebnisse sind graphisch darzustellen (wie in 1.3.1. und 1.3.2. bei Diskussion der Kurvenverläufe).

Anm.: Für Gleich- und Gegenstrom ist je 1 Bild anzufertigen. Da für jede Kurve 3 Temperaturmesswerte festliegen (Eintritt, Mitte und Austritt) soll auch die Krümmung der Kurve ersichtlich sein.

- Berechnen Sie für jeden Arbeitspunkt:
  - die dem warmen Wasser entnommene Wärmeleistung

$$\dot{Q}_{\text{warm}} = \dot{V} \cdot \rho \cdot c \cdot (\vartheta_{\text{warm Ein}} - \vartheta_{\text{warm Aus}})$$

- dem kalten Wasser zugeführte Wärmeleistung

$$\dot{Q}_{\text{kalt}} = \dot{V} \cdot \rho \cdot c \cdot (\vartheta_{\text{kalt Aus}} - \vartheta_{\text{kalt Ein}})$$

- die gemittelte ausgetauschte Wärmeleistung

$$\dot{Q}_{\text{gemittelt}} = \frac{\dot{Q}_{\text{warm}} + \dot{Q}_{\text{kalt}}}{2}$$

- die logarithmisch gemittelte Temperaturdifferenz

$$\text{Gleichstrom: } \Delta \vartheta_{\text{linke Seite}} = \vartheta_{\text{warm Ein}} - \vartheta_{\text{kalt Ein}}$$

$$\Delta \vartheta_{\text{rechte Seite}} = \vartheta_{\text{warm Aus}} - \vartheta_{\text{kalt Aus}}$$

$$\text{Gegenstrom: } \Delta \vartheta_{\text{linke Seite}} = \vartheta_{\text{warm Ein}} - \vartheta_{\text{kalt Aus}}$$

$$\Delta \vartheta_{\text{rechte Seite}} = \vartheta_{\text{warm Aus}} - \vartheta_{\text{kalt Ein}}$$

$$\text{dann: } \Delta \vartheta_{\log} = \frac{\Delta \vartheta_{\text{linke Seite}} - \Delta \vartheta_{\text{rechte Seite}}}{\ln \frac{\Delta \vartheta_{\text{linke Seite}}}{\Delta \vartheta_{\text{rechte Seite}}}}$$

- den Wärmedurchgangskoeffizient k

$$k = \frac{\dot{Q}_{\text{gemittelt}}}{A \cdot \Delta \vartheta_{\log}}$$

Zahlenwerte:  $\rho = \rho_{\text{Wasser}} = 1000 \text{ kg} / \text{m}^3$ ;  $c = c_{\text{Wasser}} = 4183 \text{ J} / (\text{kg} \cdot \text{K})$

Diskutieren Sie die ausgetauschte Wärmeleistung in Abhängigkeit vom Durchfluss und im Vergleich Gleichstrom/Gegenstrom!



Stellen Sie die Wärmeübergangszahl  $k$  (logarithmisch) graphisch dar über dem Volumenstrom (logarithmisch). Dies sind 4 Wertepaare für den Gleichstrom und 4 Wertepaare für den Gegenstrom. Ermitteln Sie die Steigung einer angenommenen Gerade (Methode "scharfes Hinsehen")!

Hilfestellung zur doppel-logarithmischen Darstellung:

Tippen Sie die  $k$ -Faktoren in den Taschenrechner ein und bilden Sie von diesem Zahlenwert den 10er Logarithmus. Diese Werte nennen Sie  $y$ . Desgleichen gilt für den Volumenstrom. Dann tragen Sie  $y$  linear über  $x$  auf.

